

## **1.2. Моделирование мировой динамики**

### **1.2.1. Краткий обзор моделей мировой динамики**

#### **Модели большой размерности – имитационные модели**

Первые имитационные модели глобального развития были созданы Дж. Форрестером и Д. Медоузом в начале 1970-х гг. по инициативе Римского клуба.

В модели Дж. Форрестера «Мир-2» [Forrester 1971] (модель «Мир-1» представляла собой прототип) анализировались в самом общем виде последствия современных тенденций роста численности населения Земли и производства в условиях ограниченности ресурсов и растущего загрязнения планеты. Результаты моделирования продемонстрировали нестабильность глобальной системы и возможность глубокого кризиса в первой половине XXI в. Тем самым модели показали важность проблемы физических пределов развития мира, прежде всего истощения ресурсов. Модель «Мир-2» построена на основании принципов системной динамики – метода исследования сложных систем с нелинейными обратными связями, разработанного самим Дж. Форрестером в 1950-х гг. Мир в модели рассматривается как единая система различных взаимодействующих факторов. Дж. Форрестер выделяет пять основных переменных, которые характеризуют состояние всего мира: численность населения, основные фонды, доля фондов в сельском хозяйстве, уровень глобального загрязнения и запас природных ресурсов. Переменные влияют друг на друга через обратные связи, для них были составлены обыкновенные дифференциальные уравнения. Расчеты по этой математической модели проводились для временного интервала 1900–2100 гг.

После Дж. Форрестера разработка новой глобальной модели была осуществлена его учеником Д. Медоузом, построившим более подробную модель «Мир-3», являющуюся продолжением работы Дж. Форрестера. Результаты его исследований стали широко известны после выхода в свет в 1972 г. книги «Пределы роста» [Meadows *et al.* 1972], которая стала первым официальным докладом, подготовленным по инициативе Римского клуба. Как и «Мир-2», модель

Медоуза основывается на методе системной динамики, в ней тоже 5 основных секторов (демографии, капитала, сельского хозяйства, загрязнения, невозобновляемых ресурсов), только переменных не по одной на каждый сектор, как было у Дж. Форрестера, а больше; кроме того, были сделаны и другие усложнения. Как и у Дж. Форрестера, интегрирование системы уравнений проводилось на участке с 1900 г. по 2100 г. Расчеты по модели показали, что ее поведение качественно очень похоже на поведение модели «Мир-2». Оказалось, что здесь также неизбежна катастрофа по причине истощения ресурсов и чрезмерного роста загрязнения планеты.

Следующая модель Месаровича – Пестеля [Mesarovic, Pestel 1974] также носила прогнозный характер. Их проект базировался на концепции органического роста взаимосвязанной глобальной системы с использованием методов теории многоуровневых иерархических систем, созданной в рамках кибернетики. Вместо общей модели была построена система 5 взаимосвязанных региональных моделей, каждая из которых предназначалась для анализа одной из 5 наиболее актуальных, с точки зрения авторов, проблем. Особое место среди них занимала проблема распределения между регионами добычи и потребления нефти, поэтому для нее была создана специальная энергетическая модель. В проекте впервые была озвучена идея управления мировой динамикой выбором сценария развития за счет изменения ряда параметров.

Среди последующих моделей глобального развития можно упомянуть модели А. Эрреры [Herrera *et al.* 1974], Й. Кайя [Kaya, Suzuki 1974], В. Леонтьева [Leontief *et al.* 1977], советские модели, созданные во ВНИИСИ [Гвишиани и др. 1985; Геловани и др. 2009]. Общей чертой этих и подобных им моделей являлись пространственная дифференциация, огромное количество (сотни и тысячи) переменных, уравнений и параметров, возможность управления.

Помимо общих моделей мировой динамики также создавались специализированные прогнозно-проблемные модели глобального развития, в которых основное внимание уделяется одной из глобальных проблем, а остальная проблематика моделируется гораздо менее детально, как «общий фон», в виде дополняющих и вспомогательных секторов и видов деятельности. Выделяются следующие крупные «семейства» подобных моделей: общеэкономические

[см., например: Klein 1976], энергетические [Ulph 1980] и продовольственные [Linneman 1974]. К настоящему моменту специализированные модели составляют значительное большинство среди имитационных моделей глобального развития. В то же время модели, сочетающие несколько проблематик и потому носящие обобщенный характер, зачастую являются компактными и маломерными [Hughes 2008; Reuveny 2008; Motesharrei *et al.* 2014].

#### **Модели малой размерности – компактные модели**

Имитационные модели, появившиеся в начале 70-х гг. XX в., были не первыми моделями мировой динамики. Базовые модели малой размерности появились гораздо раньше. Первой известной нам математической моделью глобального развития была известная демографическая модель Т. Мальтуса [Malthus 1798], возникшая в конце XVIII в. Она носит все черты базовой: эта модель являлась не средством расчета, но, скорее, методом мышления, отражая демографическую ситуацию того времени в Европе и Америке. Следующей, видимо, следует считать логистическую модель П. Ф. Ферхюльста [Verhulst 1838], уточнившего модель Мальтуса, введя ресурсные ограничения на рост численности населения. Вслед за этим стоит также упомянуть работы А. Лотки [Lotka 1925] и В. Вольтерра [Volterra 1931], посвященные исследованию системы «хищник – жертва». Все эти модели до сих пор являются основными в популяционной динамике биологических систем, в том числе человечества.

К 1960 г. было довольно убедительно показано, что численность населения Земли с 1 по 1958 г. н. э. росла по гиперболическому закону [Foerster *et al.* 1960]:

$$N(t) = \frac{C}{t_0 - t}, \quad (1)$$

где  $N$  – численность населения Земли;  $t$  – текущий момент времени;  $C$ ,  $t_0$  – константы. Начиная с 1960-х гг. этот закон кардинально изменился: темп прироста числа жителей планеты уменьшился. Это явление получило название демографического перехода. Данный переход связан не с нехваткой ресурсов, а с изменением поведенческих стратегий, поскольку особенно заметно упала рождаемость в экономически развитых странах. Построенные глобальные демографические модели прогнозируют стабилизацию населения мира на уровне 10–12 млрд

человек во второй половине начавшегося века при благоприятном сценарии развития мировой системы. Вопрос о причинах демографического перехода является дискуссионным.

Одной из наиболее простых моделей, объясняющих факт гиперболического роста, является демографическая модель С. П. Капицы [1996], описывающая такой рост чисто феноменологически. В данной модели всего одна переменная – численность населения Земли, и ее автономный рост описывается одним обыкновенным дифференциальным уравнением:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{C}. \quad (2)$$

В качестве объяснения вида уравнения (2) С. П. Капицей предлагалась идея информационного взаимодействия. В соответствии с этой теорией создание и передача информации от поколения к поколению облегчали людям освоение доступной им экологической ниши или ее расширение. Информационное взаимодействие зависит не от числа участников, а от числа связей между ними. Последнее же пропорционально квадрату числа участников. Демографический переход, по мысли С. П. Капицы, обусловлен тем, что при очень высоких темпах роста ограничивающую роль начинают играть запаздывания, связанные со временем вступления в возраст половой зрелости. В этом случае уравнение (2) заменялось на другое, решение которого дается формулой:

$$N(t) = \frac{C}{\tau} \operatorname{arcctg} \left( \frac{t_1 - t}{\tau} \right), \quad (3)$$

где  $C$ ,  $t_1$ ,  $\tau$  – константы. Таким образом, удалось не только объяснить гиперболический закон роста численности населения Земли, но и частично описать явление демографического перехода.

Параллельно с этим Р. Таагерой [Taagera 1976; 1979; 2014], М. Кремером [Kremer 1993] и А. В. Подлазовым [2001] были предложены модели, в которых демографический рост связывался с развитием технологий. В этих моделях рассматривались две основные переменные: численность населения и уровень технологий, динамика этих переменных описывалась системой двух уравнений.

Наиболее ранней в этом плане была работа Р. Таагеры [Taagera 1976]. В ней рассмотрены известные палеодемографические

оценки численности населения Земли и для их описания предложена квазигиперболическая зависимость от времени:

$$N(t) = \frac{C}{(t_0 - t)^q}, \quad (4)$$

где  $C, t_0, q$  – константы. Аналогичная формула использовалась и в работе фон Ферстера [Foerster *et al.* 1960], но в ней  $q = 0,990 \pm \pm 0,009 \approx 1$ , тогда как у Р. Таагеперы  $q = 0,74$ , что существенно отличается от единицы. Для объяснения зависимости (4) предлагается модель взаимодействия численности населения и уровня технологий. Технологии, по Р. Таагепере, – социально значимые умения, способствующие росту численности населения. В этой модели уравнения для численности населения ( $N$ ) и уровня технологий ( $T$ ) выглядят следующим образом:

$$\frac{dN}{dt} = kT^n N, \quad (5)$$

$$\frac{dT}{dt} = hN^m T. \quad (6)$$

При условии, что  $N = 0$ , когда  $T = 0$ , из уравнений (5), (6) получается зависимость (4). Также Р. Таагеперой были предложены более сложные модели с тремя переменными: в работе [Taagera 1979] в качестве дополнительной переменной рассматривались ресурсы, в его поздней работе [Idem 2014] такой дополнительной переменной является несущая способность Земли. При этом в последнюю модель явным образом заложена предельно допустимая несущая способность, что приводит в конце концов к выходу численности населения на стационарное значение. Таким образом, удастся описать обе стадии динамики численности населения: квазигиперболического роста и демографического перехода.

В работе [Kremer 1993] используется похожий подход: для объяснения демографических изменений привлекаются соображения о роли технологических изменений. Сами технологии при этом носят экономический характер – по смыслу, это все изобретения, усовершенствования, инновации, способствующие росту общей факторной производительности и валового выпуска  $Y$ . Постулируется связь между данными величинами в виде  $Y = TN^\alpha$ , где  $\alpha$  – кон-

станта. При этом для уровня технологий записано динамическое уравнение в нескольких видах, наиболее общим является следующий:

$$\frac{dT}{dt} = bN^\psi T^\phi, \quad (7)$$

где  $\psi, \phi$  – константы. Для численности населения динамическое уравнение не пишется, считается, что эта переменная более быстрая, чем уровень технологий, и поэтому мгновенно приближается к равновесному уровню, определяемому стационарным значением выпуска на душу населения  $\bar{y}$ , и задается зависимостью:

$$\bar{N} = \left( \frac{\bar{y}}{T} \right)^{\frac{1}{\alpha-1}}. \quad (8)$$

Используя уравнения (7) и (8), М. Кремеру удалось описать гиперболический рост численности населения Земли, то есть получить формулу (1). Для объяснения демографического перехода были введены дополнительные предположения: считалось, что темп прироста численности населения зависит от выпуска на душу населения нелинейным образом, так что при больших значениях душевого выпуска темп прироста убывает.

В работе [Подлазов 2001] под технологиями понимаются так называемые «жизнесберегающие» технологии – любые знания и навыки, способствующие снижению смертности и продлению жизни. При таком подходе демографический переход обусловлен насыщением этих технологий. Иными словами, технический прогресс и экономический рост продолжают, но их влияние на продолжительность жизни становится все меньше. Для описания стадий гиперболического роста и демографического перехода используются разные системы уравнений. Первая после преобразования становится эквивалентной уравнению (2), вторая – уравнению Ферхюльста. При этом эмпирические данные хорошо укладываются в решения указанных уравнений.

В работах [Коротаев и др. 2005; Korotayev 2005] была предложена модель, объясняющая гиперболический рост народонаселения и демографический переход за счет повышения уровня грамотности.

сти в рамках единой системы трех дифференциальных уравнений с тремя переменными.

### 1.2.2. Исходная модель

В исходной модели Коротаяева – Малкова – Халтуриной (далее – модель КМХ) [Коротаяев и др. 2005; 2007] три переменные: численность населения  $N$ , производительность труда  $T$  (которая на самом деле есть просто валовой мировой продукт  $Y$  на душу населения) и грамотность  $L$ . Уравнения для них записываются в таком виде:

$$\frac{dN}{dt} = aN(T - m)(1 - L), \quad (9)$$

$$\frac{dT}{dt} = bN(T - m), \quad (10)$$

$$\frac{dL}{dt} = cL(T - m)(1 - L), \quad (11)$$

$$Y = TN, \quad (12)$$

где  $a, b, c, m$  – константы. Посредством введения дополнительной переменной  $S = T - m$ , представляющей собой «излишки на душу населения», можно добиться упрощения записи уравнений:

$$\frac{dN}{dt} = aNS(1 - L), \quad (13)$$

$$\frac{dS}{dt} = bNS, \quad (14)$$

$$\frac{dL}{dt} = cLS(1 - L). \quad (15)$$

В ходе эволюции переменные демонстрируют следующее поведение: грамотность выходит на стационар, вслед за ней численность населения, а уровень технологий растет по экспоненциальному закону.

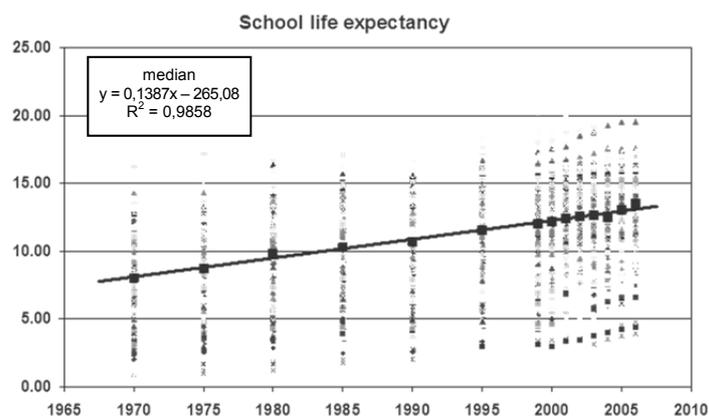
Один из недостатков модели – несоответствие фактическим данным после 1970-х гг. Например, грамотность к 2010 г. практически равна единице, соответственно численность населения также должна перестать расти (или расти с очень низкими темпами), однако этого не наблюдается.

Следовательно, для лучшего описания мировой динамики в относительно недалеком прошлом и предсказания в будущем необ-

ходима другая модель. Модель КМХ обладает таким несомненным плюсом, как компактность и маломерность (то есть весьма небольшое число переменных и параметров), поэтому уместно начать с ее модифицирования.

### 1.2.3. Модификация модели

В предлагаемой модификации первая переменная остается без изменения, вторая получает определение как продукт на одного работающего, третья переменная меняется совсем. Вместо грамотности рассматривается ожидаемая продолжительность обучения, выраженная в годах. По последней величине имеются некоторые данные, по крайней мере с 1970 г. (рис. 1.6).



**Рис. 1.6.** Ожидаемая продолжительность времени обучения за 1970–2006 гг. Крупными квадратами обозначены медианные значения в текущем году

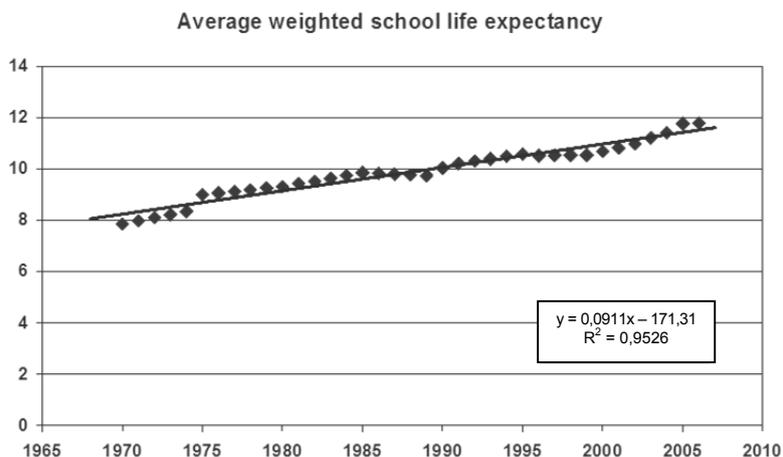
*Источник:* [UIS 2012, Table 8: School life expectancy (approximation method), Table 23 (Time series data – table 3): total enrolment, school life expectancy and expenditure on education].

Через медианные значения проведена линия регрессии с уравнением:  $y = 0,1387(x - 1911,2)$ .

В настоящей работе бралось средневзвешенное значение, которое по смыслу лучше подходит в качестве характеристики мира в целом. В качестве веса принята доля численности населения стран по отношению к общемировой численности населения\*, по-

\* То есть вес показывает вероятность для какого-либо индивидуума принадлежности данной стране.

сле чего происходило суммирование по всем странам. Величина представлена на рис. 1.7.



**Рис. 1.7.** Средневзвешенная по миру ожидаемая продолжительность времени обучения за 1970–2006 гг., построенная с интерполяцией. В качестве весов взяты доли стран в мировой численности населения

Рассчитано по: [UIS 2012, Table 8, Table 23]; [UN Population Division 2013, File POP/1-1]; [UN Statistic Division 2013, Table: Exchange rates/Population (all countries)].

Через точки проведена линия регрессии с уравнением:  $y = 0,0911(x - 1880,5)$ .

Структура уравнений для трех переменных примерно такая же, как и в исходной модели:

$$\frac{dN}{dt} = k_N N \left( 1 - \frac{E}{E_1} \right), \quad (16)$$

$$\frac{dT}{dt} = k_T S_T \frac{Y}{N} E \left( 1 - \frac{E}{E_2} \right), \quad (17)$$

$$\frac{dE}{dt} = k_E S_E \frac{Y}{N} \left( 1 - \frac{E}{E_2} \right), \quad (18)$$

$$Y = k_Y TN, \quad (19)$$

где  $N$  – численность населения;

$T$  – уровень технологий – общая производительность труда (доллары на душу населения);

$E$  – ожидаемая продолжительность обучения (в годах);

$Y$  – валовой мировой продукт по паритету покупательной способности (ППС) (в постоянных долларах 1990 г.);

$E_1$  – максимальное время обучения, при котором возможен демографический рост;

$E_2$  – предельное время обучения;

$s_T$  – доля ВМП, идущая на валовое накопление;

$s_E$  – доля ВМП, идущая в образование;

$k_N$  – параметр демографического роста;

$k_T$  – коэффициент отдачи капитальных вложений;

$k_E$  – коэффициент отдачи вложений в образование;

$k_Y$  – доля работающих (занятых) в общей численности населения, принята константой.

Были использованы данные ООН [UN Statistic Division 2013; UN Population Division 2013], Всемирного Банка [World Bank 2014] и ЮНЕСКО [UIS 2012] по численности населения, численности рабочей силы, ВМП и ожидаемой продолжительности обучения с 1970 по 2008 г. На основании этих данных можно построить соответствующие регрессии для каждого из уравнений (16)–(19) и идентифицировать параметры по аналогии с [Махов 2013].

Модель демонстрирует различную динамику численности населения в зависимости от соотношения параметров  $E_1$  и  $E_2$ . Первый показывает ожидаемое время обучения, при котором рождаемость и смертность уравниваются и демографический рост отсутствует, то есть численность населения не растет. Второй является максимально возможным временем обучения, определяемым продолжительностью жизни и экономическими факторами (трудовой стаж, экономическая выгода от образования).

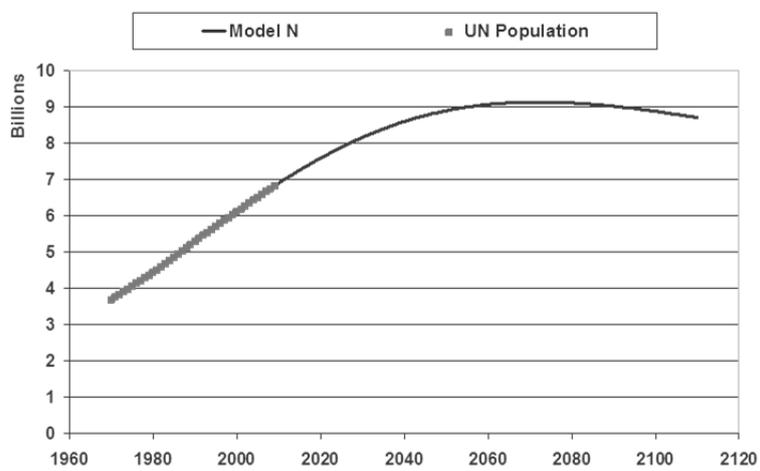
Возможные динамические режимы (сценарии развития).

Сценарий 1. При  $E_1 < E_2$  численность населения достигает максимума в 2070 г., после чего убывает – «режим с возвратом». При этом ВМП ведет себя так же, а уровень технологий и ожидаемая продолжительность обучения выходят на насыщение, стремясь к своим стационарным значениям (рис. 1.8).

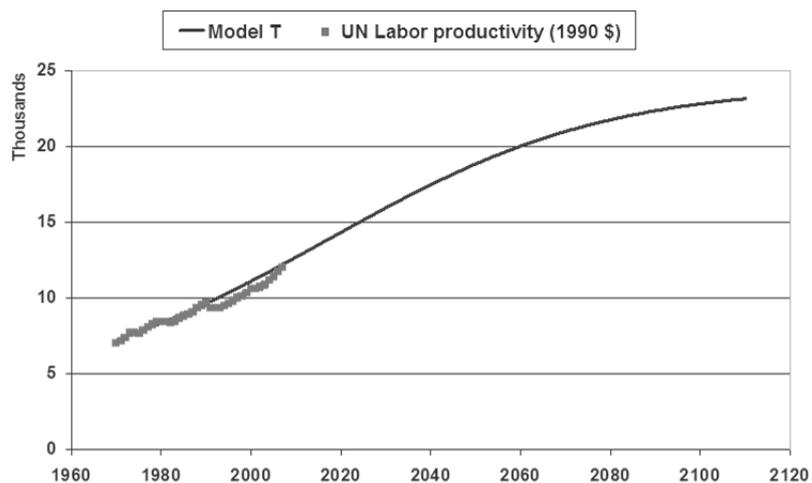
Значения параметров и начальных данных, при которых проведены расчеты, представленные на рис. 1.8, таковы.

Параметры:  $k_N = 0,04$ ;  $k_T = 0,033$ ;  $k_E = 0,0012$ ;  $k_Y = 0,445$ ;  $s_T = 0,222$ ;  $s_E = 0,047$ ;  $E_1 = 16,8$ ;  $E_2 = 18,1$ .

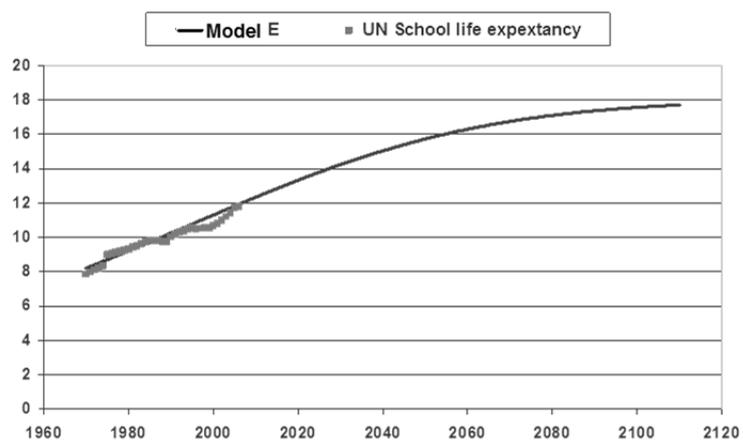
Начальные данные:  $t_0 = 1970$ ;  $N_0 = 3,70 \cdot 10^9$ ;  $T_0 = 7200$ ,  $E_0 = 8,2$ .



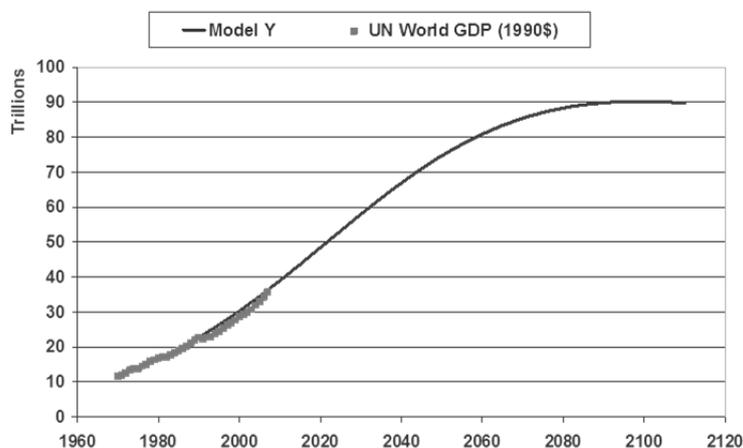
a)



б)



в)



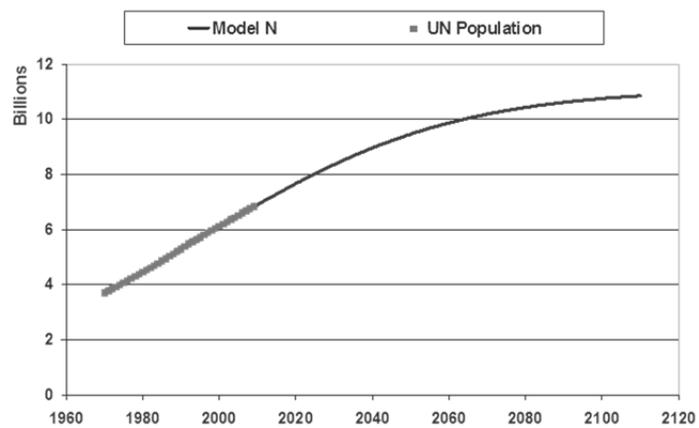
г)

Рис. 1.8.

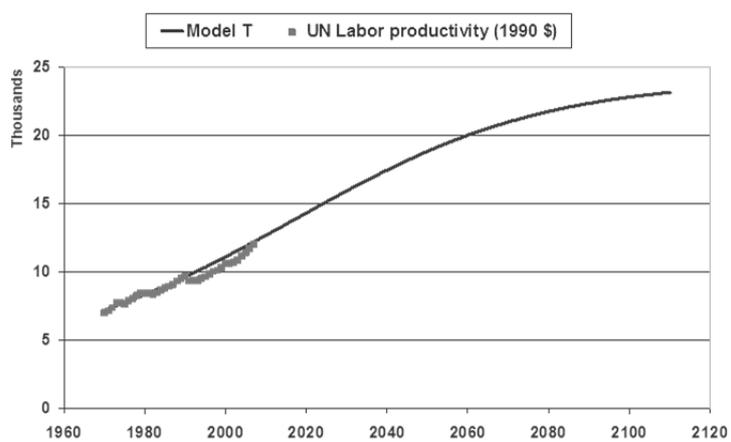
Сценарий 2. При  $E_1 = E_2$  численность населения выходит на стационарное значение, не достигая максимума – «стационарный режим без возврата». Остальные величины ведут себя аналогично (рис. 1.9).

Параметры измененные:  $k_N = 0,036$ ;  $E_1 = 18,1$ ;  $E_2 = 18,1$ .

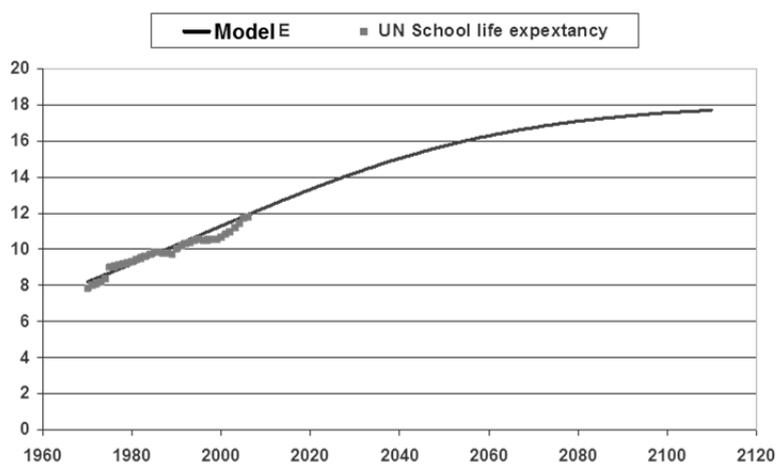
Остальные параметры и начальные данные те же, что и в сценарии 1.



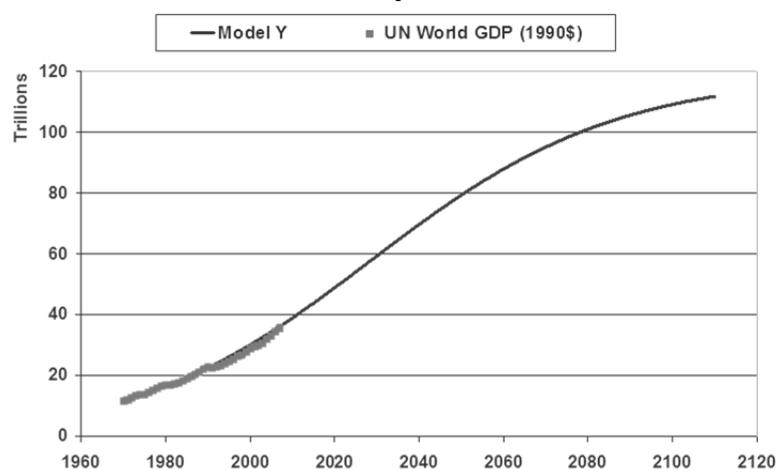
a)



b)



в)

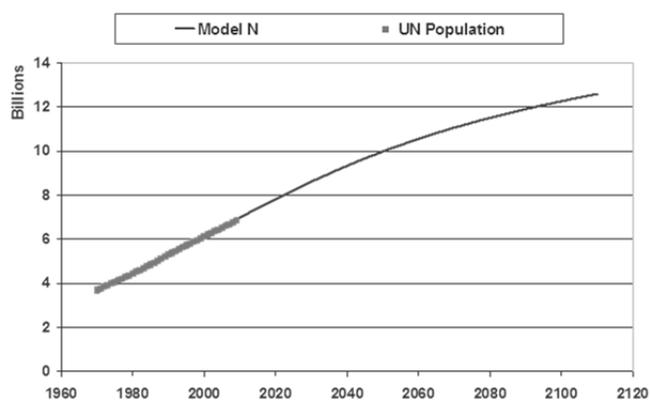


г)

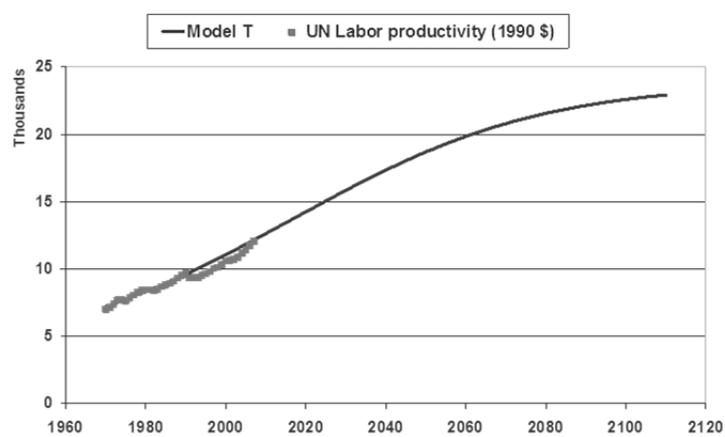
Рис. 1.9

Сценарий 3. При  $E_1 > E_2$  численность населения неограниченно растет, но со все меньшими темпами – «режим неограниченного роста». Здесь так же, как и в сценарии 1, ВМП ведет себя аналогично численности населения, то есть неограниченно возрастает, при этом уровень технологий и среднее ожидаемое время обучения выходят на стационар (рис. 1.10).

Параметры измененные  $k_N = 0,0345$ ;  $E_1 = 19$ ;  $E_2 = 18$ .  
Остальные параметры и начальные данные те же, что и в сценарии 1.



а)



б)

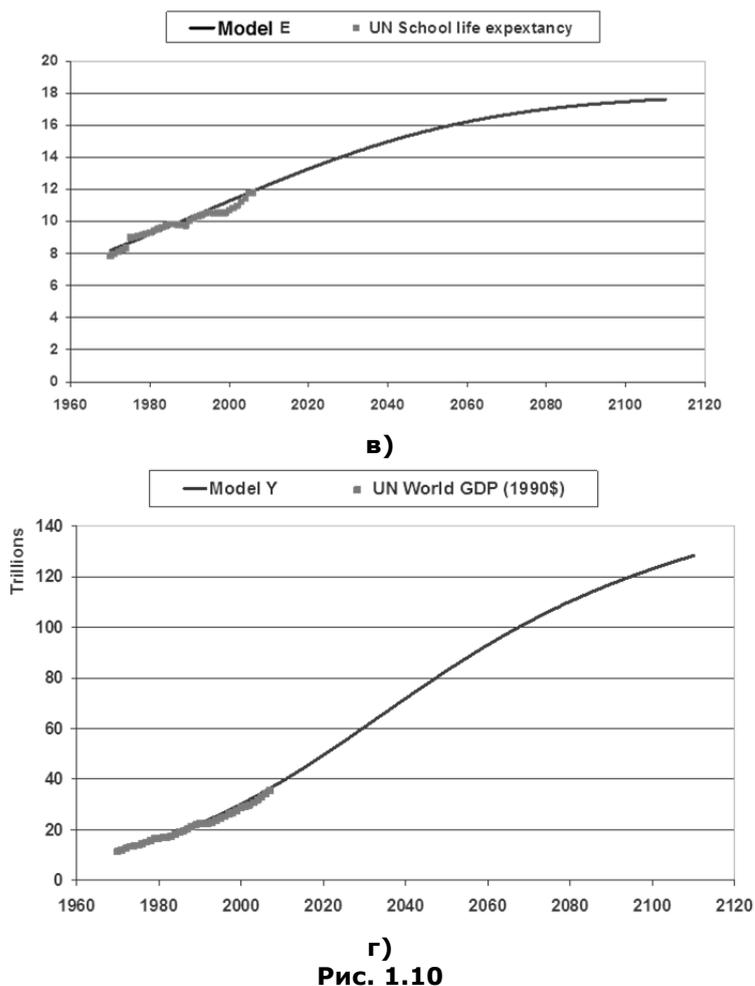


Рис. 1.10

Исходя из статистических данных, имеем оценки для параметров  $E_1$  и  $E_2$ :  $E_1 = 18,81 \pm 2,25$ ;  $E_2 = 17,32 \pm 0,83$ . Здесь значения – оценки из регрессии, погрешности – стандартные ошибки. Сказать явно, какое соотношение между параметрами, невозможно. Это означает, что в реальности могут иметь место все три сценария эволюции мировой системы. Мы можем лишь попытаться оценить вероятности того или иного сценария. Возможны различные подходы.

### 1.2.4. Вероятностный подход к построению сценариев

Рассмотрим самый простой вариант. Будем считать, что параметры – случайные величины, имеющие нормальное распределение с соответствующими средними и стандартными отклонениями. Плотности вероятности для  $E_1$  и  $E_2$ :

$$f_1(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(x_1-m_1)^2}{2\sigma_1^2}},$$

$$f_2(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(x_2-m_2)^2}{2\sigma_2^2}},$$

где  $m_1 = 18,81$ ;  $\sigma_1 = 2,25$ ;  $m_2 = 17,32$ ;  $\sigma_2 = 0,83$ .

Будем считать ради упрощения величины независимыми, тогда их совместная плотность будет просто произведением указанных плотностей:  $f_{12}(x_1, x_2) = f_1(x_1) \cdot f_2(x_2)$ . Задача состоит в том, чтобы посчитать вероятности трех событий:  $\{E_1 < E_2\}$ ,  $\{E_1 = E_2\}$ ,  $\{E_1 > E_2\}$ . В силу того, что величины непрерывные, второе событие в чистом виде невозможно и вероятность его равна нулю. Следовательно, выполнение равенства  $E_1 \approx E_2$  должно быть приближенным с некоторой точностью  $\delta$ . Аналогично и для неравенств. Таким образом, математическая задача – найти следующие вероятности:

$$P(E_2 - E_1 > \delta) = \iint_{x_2 - x_1 > \delta} f_1(x_1) f_2(x_2) dx_1 dx_2,$$

$$P(|E_1 - E_2| < \delta) = \iint_{|x_1 - x_2| < \delta} f_1(x_1) f_2(x_2) dx_1 dx_2,$$

$$P(E_1 - E_2 > \delta) = \iint_{x_1 - x_2 > \delta} f_1(x_1) f_2(x_2) dx_1 dx_2.$$

Искать все три вероятности не нужно, поскольку в сумме они составляют единицу, поэтому достаточно найти какие-то две (например, первую и вторую). Интегралы не выражаются в элементарных функциях, поэтому приходится вычислять их приближенно. По этой причине, а также ввиду быстрого убывания подынтегральной функции считать до бесконечных пределов не нужно, достаточно ограничиться подходящей областью вокруг центра распре-

ления. Например, рассматривать только прямоугольник «4 сигма» – окрестность вида  $(m_1 \pm 4\sigma_1; m_2 \pm 4\sigma_2)$ .

Расчет проводился на равномерной сетке, разбиением на 100 интервалов, методом прямоугольников. В зависимости от задаваемой точности получаются следующие результаты, приведенные в таблице 1.1.

**Таблица 1.1.** Вероятности сценариев в зависимости от задаваемой точности

Погрешность $\delta$ (в годах)	Вероятность ( $E_1 < E_2$ )	Вероятность ( $E_1 = E_2$ )	Вероятность ( $E_1 > E_2$ )
1	2	3	4
0,5	0,203	0,137	0,660
0,83	0,167	0,225	0,608
1	0,150	0,269	0,581
1,5	0,106	0,395	0,498
2	0,072	0,511	0,416
2,25	0,059	0,565	0,376

Как видно из таблицы 1.1, с ростом погрешности вторая вероятность растет, остальные уменьшаются. Таким образом, задав точность (или погрешность), можно определить вероятности всех сценариев. Из таблицы видно, что вероятность режима с возвратом, когда численность населения убывает, наименьшая. Связано это с видом динамических уравнений модели, и при другом виде ситуация может быть иной.

Мы рассмотрели лишь простейший способ построения сценариев и вычисления вероятностей их реализации в зависимости от соотношения двух параметров. При этом мы не интересовались интервалом прогноза и рассматривали, по существу, аттракторы моделируемой системы на бесконечности. Возможна более сложная постановка задачи построения сценариев и оценки их вероятностей.

Во-первых, можно задать горизонт прогноза и рассматривать динамику модельных переменных только на нем. Соответственно тип поведения переменных на интервале прогнозирования и будет задавать сценарий.

Во-вторых, изменению могут подвергаться не только два или три параметра, но гораздо больше, а также могут меняться начальные значения переменных.

В-третьих, возможны различные вероятностные модели при изменении параметров. Помимо различных законов распределения (хотя нормальный закон наиболее уместен) также возможно и приращение динамики, если параметры считать не постоянными в течение интервала прогнозирования, а меняющимися в каждый момент времени по заданному закону распределения. То есть можно считать изменяемые параметры стационарными случайными процессами, а все их множество – многомерным случайным процессом. Каждая реализация такого многомерного процесса задает модельную динамику и определенный сценарий, то есть каждый сценарий имеет свое множество реализаций. Оценив долю реализаций данного сценария среди всех реализаций, можно получить оценку вероятности сценария.

### Литература

- Гвишиани Д. М., Геловани В. А., Дубовский С. В. 1985. Системное моделирование глобальных проблем. *Сборник трудов ВНИИСИ* 3: 5–15.
- Геловани В. А., Бритков В. Б., Дубовский С. В. 2009. *СССР и Россия в глобальной системе (1985–2000): результаты моделирования*. М.: URSS.
- Капица С. П. 1996. Феноменологическая теория роста населения Земли. *Успехи физических наук* 166(1): 63–80.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2005. *Математическая модель роста населения Земли, экономики, технологии и образования*. Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. № 13.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2007. *Законы истории. Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура*. М.: КомКнига.
- Махов С. А. 2013. Долгосрочная макромоделю мировой динамики на основе эмпирических данных. *Компьютерные исследования и моделирование* 5(5): 883–891.
- Подлазов А. В. 2001. *Основное уравнение теоретической демографии и модель глобального демографического перехода*. Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. № 88.
- Foerster H. von, Mora, P., Amiot, L. 1960. Doomsday: Friday, 13 November, A.D. 2026. *Science* 132: 1291–1295.
- Forrester J. W. 1971. *World Dynamics*. Cambridge, MA: Wright-Allen Press, Inc.
- Herrera A. O., Scolnik H., Homez J. 1974. *World Model*. Report in the Proceedings of the Seminar on the Latin American model at IIASA. Laxenburg, Austria. October 7–11.

- Hughes B. 2008.** *Forecasting Globalization: The Use of International Futures (IFs)* / Ed. by G. Modelski. *Globalization as Evolutionary Process*. London: Routledge. Pp. 355–379.
- Kaya Y., Suzuki Y. 1974.** Global Constraints and New Vision for Development. *Technological Forecasting and Social Change* 6(3): 277–297; 6(4): 371–388.
- Klein L. R. 1976.** Project Link. *Columbia Journal of World Business* 11: 7–19.
- Korotayev A. V. 2005.** A Compact Macromodel of World System Evolution. *Journal of World-System Research* 11: 79–93.
- Kremer M. 1993.** Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990. *The Quarterly Journal of Economics* 108: 681–716.
- Leontief W., Carter A., Petri P. 1977.** *The Future of the World Economy*. N. Y.: Oxford University Press.
- Linneman H. 1974.** *Population Doubling and Food Supply*. Free University of Amsterdam.
- Lotka A. J. 1925.** *Elements of Physical Biology*. Baltimore, MD: Williams&Wilkins.
- Malthus T. R. 1798.** *An Essay on the Principle of Population*. London: St. Paul's Church-Yard.
- Meadows D. H., Meadows D. L., Randers J., Behrens W. W. III. 1972.** *The Limits to Growth: a Report for the Club of Rome's Project on the Predicament of Mankind*. New York: Universe Books; Potomac Associated Book.
- Mesarović M. D., Pestel E. 1974.** *Mankind at the Turning Point: the Second Report to the Club of Rome*. Laxenburg: IIASA.
- Motesharrei S., Rivas J., Kalnay E. 2014.** Human and Nature Dynamics (HANDY): Modeling Inequality and Use of Resources in the Collapse or Sustainability of Societies. *Ecological Economics* 101: 90–102.
- Reuveny R. 2008.** On Forecasting Globalization Using World Models. *Globalization as Evolutionary Process* / Ed. by G. Modelski. London: Routledge. Pp. 380–399.
- Taagepera R. 1976.** Crisis around 2005 A.D.? A Technology-Population Interaction Model. *General Systems* 21: 137–138.
- Taagepera R. 1979.** People, Skills, and Resources: an Interaction Model for World Population Growth. *Technological Forecasting and Social Change* 13: 13–30.
- Taagepera R. 2014.** A World Population Growth Model: Interaction with Earth's Carrying Capacity and Technology in Limited Space. *Technological Forecasting and Social Change* 82: 34–41.
- UIS 2012.** UNESCO Institute for Statistics Database. URL: <http://data.uis.unesco.org/Index.aspx?queryid=147>.
- Ulph A. M. 1980.** World Energy Models – a Survey and Critique. *Energy Economics* 1: 46–59.
- UN Statistic Division. 2013.** National Accounts Main Aggregates Database. URL: <http://unstats.un.org/unsd/snaama/dnlList.asp>.

- 
- UN Population Division. 2013.** United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division. *World Population Prospects: The 2012 Revision, DVD Edition*. URL: <http://esa.un.org/unpd/wpp/index.htm>.
- Verhulst P.-F. 1838.** Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique* 10: 113–121.
- Volterra V. 1931.** *Leçons sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie*. Paris: Gauthier-Villars.
- World Bank. 2014.** World Development Indicators Online. URL: <http://data.worldbank.org/indicator>.