

### 2.3. Моделирование политических взаимодействий\*

Социальные системы как на микроуровне (например, малые коллективы), так и на макроуровне (государства и их союзы) являются объединением социальных субъектов (физических и юридических лиц), которые, с одной стороны, имеют *различающиеся* интересы (именно поэтому мы можем говорить о них как о различных субъектах), но, с другой стороны, вынуждены учитывать интересы друг друга при принятии решений, согласовывать и взаимно координировать свои действия (только в этом случае можно говорить о существовании *единой* социальной системы).

Механизмы влияния одних субъектов на другие могут значительно отличаться: через систему правил и норм, посредством двусторонних и многосторонних договоров, путем силового принуждения и т. п. В результате взаимодействия принимаемые решения могут сближаться, синхронизироваться (в то время как интересы остаются различными); в этом случае субъекты будут действовать согласованным образом, а социальная система будет функционировать как единый организм. Однако без синхронизации решений произойдут рассогласование субъектов и дестабилизация функционирования системы.

Опишем этот процесс с помощью математической модели. Для этого нужно:

1) предложить математический аппарат для описания различия интересов субъектов;

2) предложить математический аппарат для описания синхронизации/рассинхронизации принимаемых субъектами решений при наличии различающихся интересов;

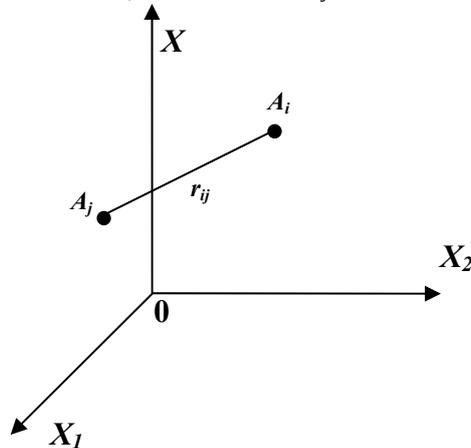
3) выяснить условия синхронизации/рассинхронизации принимаемых решений.

Для построения математической модели необходимо ввести количественную меру различия интересов субъектов. Это может быть сделано на основе теории «информационного поля» [Бухарин и др. 2009: 2–9; Бухарин, Малков 2010: 14–20; 2011: 36–45; 2014].

---

\* Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

Согласно ей каждого социального субъекта (которым может быть физическое или юридическое лицо, СМИ, социальная группа, государственный орган, страна в целом и т. п.) в заданный момент времени можно позиционировать в многомерном **информационном пространстве** ценностей (убеждений). Пример такого пространства приведен на рис. 2.23, где показано ценностное позиционирование двух социальных субъектов  $A_i$  и  $A_j$ .



**Рис. 2.23.** Социальные субъекты в координатах ценностей

Субъектам в пространстве ценностей соответствуют точки  $A_i$  и  $A_j$ , их координаты определяются ценностными установками субъектов. Если в качестве субъектов рассматриваются физические лица (люди), то координата по оси  $X_1$  может характеризовать, например, их отношение к «личным» и «общественным» интересам<sup>5</sup>, координата  $X_2$  может характеризовать их отношение к «духовным» и «материальным» ценностям<sup>6</sup> и т. п. На бытовом языке точки  $A_i$  и  $A_j$  можно назвать «точками зрения» субъектов.

<sup>5</sup> В этом случае ось  $X_1$  представляет собой шкалу, полюсами которой являются оценки:  $X_1 > 0$  – «общественное» выше «личного» (положительное направление);  $X_1 < 0$  – «личное» выше «общественного» (отрицательное направление). Между полюсами существует множество промежуточных оценок. Ноль помещается в отметку «безразлично».

<sup>6</sup> В этом случае ось  $X_2$  представляет собой шкалу, полюсами которой являются оценки:  $X_2 > 0$  – «духовное» выше «материального» (положительное направление);  $X_2 < 0$  – «материальное» выше «духовного» (отрицательное направление). Между полюсами существует множество промежуточных оценок. Ноль помещается в отметку «безразлично».

Введение координат  $X_k$  позволяет определить *расстояние* между субъектами в информационном пространстве. При условии евклидовости этого пространства расстояние между точками  $A_i$  и  $A_j$  будет определяться следующим образом:

$$r_{ij} = r(A_i, A_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^K (X_{ik} - X_{jk})^2}, \quad k=1, \dots, K, \quad (1)$$

где  $K$  – размерность информационного пространства ценностей.

Чем меньше значение  $r(A_i, A_j)$ , тем ближе ценностные позиции субъектов, тем проще им прийти к согласию и тем выше уровень их доверия друг к другу. Чем больше значение  $r(A_i, A_j)$ , тем сильнее расходятся точки зрения субъектов, тем сложнее им договориться и согласовать свои позиции. Таким образом, величина  $r$  может быть количественной мерой **различия** интересов социальных субъектов.

Далее можно перейти к задаче математического описания согласованности/рассогласованности действий  $N$  социальных субъектов и определения возможности устойчивого функционирования социальной системы, образованной этими субъектами. Решение данной задачи начнем с введения *индекса рассогласованности*  $S_{ij}$  действий двух субъектов –  $A_i$  и  $A_j$ , который определим следующим образом.

Рассмотрим типичный случай из политической практики, когда в парламенте в течение пленарного заседания происходит голосование по  $n$  вопросам, вынесенным на обсуждение. нас будет интересовать согласованность/рассогласованность решений по этим вопросам двух партий –  $A_i$  и  $A_j$  – в ходе данного заседания. Введем *индекс рассогласованности*  $S_{ij}$ , который:

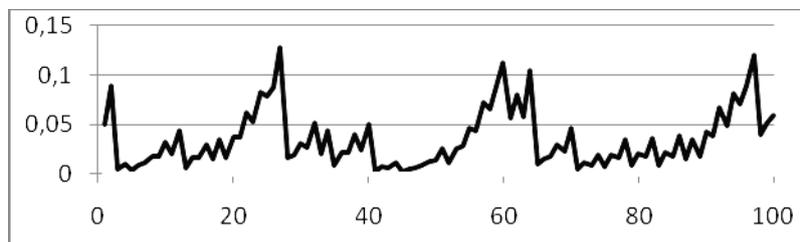
- равен 0, если по всем  $n$  вопросам партии  $A_i$  и  $A_j$  голосовали одинаковым образом;
- равен 1, если по всем  $n$  вопросам партии  $A_i$  и  $A_j$  голосовали противоположным образом;
- равен  $s$ , если доля вопросов, по которым партии  $A_i$  и  $A_j$  голосовали противоположным образом, равна  $s$ .

Таким образом, индекс  $S_{ij}$  принимает значение в интервале между 0 и 1, при этом значение 0 означает полную согласованность, а значение 1 – полную рассогласованность решений партий  $A_i$  и  $A_j$  по обсуждаемым вопросам.

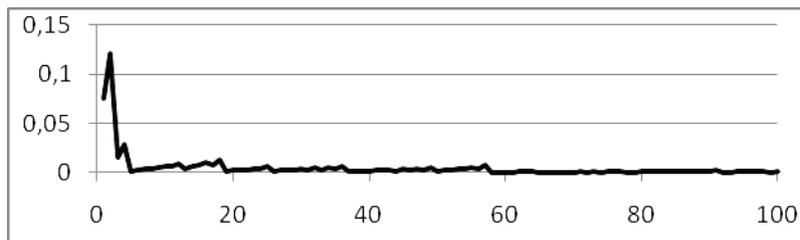
В ходе различных заседаний величина  $S_{ij}$  может принимать разные значения в зависимости от того, какой круг вопросов на них обсуждается: в одних случаях согласованность решений будет больше, в других – меньше. Фиксируя значения величины  $S_{ij}$  в последовательные моменты времени  $t$ , соответствующие датам проведения заседаний, можно получить функцию  $S_{ij}(t)$ . Вид этой функции будет нерегулярным (типа хаотических колебаний, см. рис. 2.24), при этом усредненная по времени амплитуда колебаний  $S_{ij}$  будет тем меньше, чем:

а) меньше значение  $r(A_i, A_j)$  (то есть чем меньше различие ценностных установок партий  $A_i$  и  $A_j$ );

б) больше желание согласовывать свои позиции (стремление к согласованию позиций может быть, например, в случае, если партии входят в одну политическую коалицию и имеют договоренности о взаимной поддержке).



а)



б)

**Рис. 2.24.** Типичный вид индекса рассогласованности  $S_{ij}(t)$  в различные моменты времени  $t$ : а) ситуация значимой рассогласованности; б) ситуация практически полной согласованности (по оси абсцисс – значение  $t$ , по оси ординат – значение  $S_{ij}$ )

Необходимо различать рассогласованность *мнений, решений и действий*, поскольку часто возникают ситуации, когда члены одного

коллектива имеют различные мнения, но действуют согласованно. Рассмотрим это различие на примере, когда информационными субъектами являются люди.

Рассогласованность *мнений* возникает тогда, когда люди высказывают свое независимое мнение по какому-то вопросу (без влияния на них со стороны других информационных субъектов). В этом случае *индекс рассогласованности мнений*  $S_{ij}^m$  (ИРМ) субъектов  $A_i$  и  $A_j$  зависит прежде всего от значения  $r_{ij}$ , характеризующего расстояние между ними в информационном пространстве: чем больше значение  $r_{ij}$ , тем больше ожидаемое значение ИРМ.

Рассогласованность *решений* возникает тогда, когда люди узнают мнения других людей по рассматриваемому вопросу и принимают решение с учетом этих мнений. Соответственно *индекс рассогласованности решений*  $S_{ij}^p$  (ИРР) субъектов  $A_i$  и  $A_j$  зависит не только от значения  $r_{ij}$ , но и от того, насколько эти субъекты готовы учитывать мнения друг друга, а также от возможностей одних субъектов целенаправленно влиять на решения других (как на основе авторитета, так и посредством принуждения). Как правило, такое влияние на принятие решений возникает, если субъекты каким-то образом зависят друг от друга, когда между ними есть какие-либо значимые связи, которые они не хотят или не могут устранить. Поэтому даже если субъекты имеют разные мнения, они принимают согласованные решения (инструментом поиска согласованных решений является, например, парламент, где различные партии в ходе обсуждения имеющихся проблем ищут взаимоприемлемый компромисс и принимают общие для всех законы). Соответственно в одних и тех же ситуациях значение ИРР, как правило, меньше значения ИРМ.

Рассогласованность *действий* возникает тогда, когда люди неосознанно или намеренно не согласуют свои поступки с действиями других людей (это отражено в метафорах «лебедь, рак и щука», «кто в лес, кто по дрова» и т. п.). Соответственно *индекс рассогласованности действий*  $S_{ij}^d$  (ИРД) субъектов  $A_i$  и  $A_j$  зависит как от значения  $r_{ij}$ , так и от того, насколько эти субъекты готовы учитывать решения друг друга в своих действиях. Как правило, такая готовность возникает в том случае, когда субъекты заинтересованы в результатах совместной деятельности и понимают, что рассогласованность может привести к нежелательному для них результату.

По этой причине значение ИРД, как правило, меньше значения ИРМ и ИРР (например, в странах развитой демократии даже если оппозиционная партия в парламенте выступает против какого-то закона, но он принят большинством, члены этой партии будут его выполнять).

Таким образом, в нормально функционирующем обществе для усредненных по времени значений индексов рассогласованности (далее обозначаются нижним подчеркиванием) должно выполняться соотношение:

$$\underline{S}_{ij}^m > \underline{S}_{ij}^p > \underline{S}_{ij}^o \rightarrow 0. \quad (2)$$

Для стабильности общества важно, чтобы выполнялось условие  $\underline{S}_{ij}^o \rightarrow 0$ , то есть чтобы имела место согласованность *действий* отдельных индивидов и социальных групп (при этом их *мнения* могут существенным образом отличаться, как это происходит в плюралистических обществах). Если  $\underline{S}_{ij}^o$  увеличивается, то усиливается угроза дестабилизации общества: его нормальное функционирование нарушается, растет социальная напряженность, учащаются конфликтные ситуации, в результате этого жизнеобеспечивающие системы начинают давать сбои, что приводит к еще большей дезорганизации и вызывает недовольство и протест населения. Важно то, что процесс дестабилизации, как правило, имеет *пороговый* характер: снижение связей, объединяющих членов общества, до некоторого фиксированного уровня (и соответствующее снижение их заинтересованности в согласованных действиях) не приводит к катастрофическим последствиям, однако их дальнейшее снижение (ниже этого уровня) запускает процессы дезорганизации, которые идут по нарастающей, как снежный ком, и которые зачастую уже невозможно остановить даже с помощью экстраординарных мер.

Таким образом, рассматривая динамику индексов рассогласования и их усредненных значений, можно анализировать изменение степени согласованности/рассогласованности действий членов общества и оценивать риск перехода общества из стабильного в нестабильное состояние.

Математическим аналогом процесса стабилизации/дестабилизации общества является процесс синхронизации/десинхронизации динамических систем при наличии связей между ними. Подобного типа процессы рассматривались в большом количестве исследований (см., например, обзор литературы в [Мун 1990]). Наибольший

интерес представляют исследования, в которых рассматривается синхронизация/десинхронизация хаотизированных (имеющих положительные ляпуновские показатели  $\lambda$  [Мун 1990]) систем, поскольку нас прежде всего интересуют ситуации взаимодействия субъектов, изначально локализующихся в разных точках информационного пространства и часто имеющих различающиеся мнения по одним и тем же вопросам. Такие процессы рассматривались в работе [Дмитриев и др. 1996: 40–57]. Математическая постановка задачи синхронизации хаотизированных систем такова. Имеется  $m$  динамических систем, имеющих положительные ляпуновские показатели, каждой из которых соответствует своя фазовая траектория  $x_i(t)$ , где  $i = 1, 2, \dots, m$ . В отсутствие связей между системами траектории  $x_i(t)$  рассогласованы, соответственно системы не синхронизованы (считается, что системы синхронизованы, если их траектории совпадают, то есть  $x_i(t) = x_j(t)$ ). Надо ответить на вопрос: при каких условиях хаотизированные динамические системы синхронизируются?

Исследования показывают [см.: Малков 1998: 90–99; 2007: 11–20], что синхронизация хаотизированных систем возможна только при наличии определенной структуры связей и при условии, что интенсивность этих связей превышает определенный *порог*. Поэтому задача эффективного управления системами с хаотизированной динамикой заключается в создании оптимальной структуры (топологии и интенсивности) связей между этими системами, переводящими их в синхронизированное (согласованное) состояние.

Теоретический анализ условий синхронизации хаотизированных динамических систем приведен в Приложении. Общий вывод таков:

- режим синхронизации хаотизированных систем возможен только в том случае, если существуют цепочки связей, охватывающих *все* эти системы (в отсутствие связей синхронизация невозможна). Это необходимое условие синхронизации;

- при выполнении указанного условия синхронизация может наступить только при превышении интенсивности связей определенного порогового значения  $a'$  («*порога синхронизации*»). При этом чем более хаотизированы системы (то есть чем больше значение их ляпуновских показателей  $\lambda$ ), тем выше значение  $a'$  и тем более сильными должны быть связи  $a_{ij}$  для того, чтобы предотвратить десинхронизацию систем (здесь  $a_{ij}$  – это связь между системами  $A_i$  и  $A_j$ );

– в целом при увеличении количества связей порог синхронизации снижается. Однако возможны ситуации, когда введение новых связей в дополнение к имеющимся не *улучшает*, а *ухудшает* синхронизацию динамики систем. Оказывается, что связи *неравнозначны* и результат их взаимодействия существенным образом зависит от общей структуры связей в системе и от значения  $\lambda$ ;

– если выполнено необходимое условие синхронизации (имеются цепочки связей, охватывающие *все* системы), то в определенных ситуациях путем увеличения интенсивности связей можно добиться синхронизации при *любой* степени хаотичности индивидуальной динамики систем (то есть при любом значении  $\lambda$ ). Однако возможны ситуации, когда при достаточно больших значениях  $\lambda$  синхронизация недостижима *ни при каких* интенсивностях  $a_{ij}$ .

Математический аппарат анализа условий синхронизации хаотизированных динамических систем может быть использован для анализа условий согласованности/рассогласованности действий социальных субъектов. В этом случае:

– *индексу рассогласованности*  $S_{ij}(t)$  социальных субъектов  $A_i$  и  $A_j$  в момент  $t$  можно поставить в соответствие величину разности  $|x_i(t) - x_j(t)|$ ;

– степень различия интересов субъектов (характеризуемую величиной  $r(A_i, A_j)$ ) можно отождествить со степенью хаотичности функции  $|x_i(t) - x_j(t)|$  (характеризуемой величиной ляпуновских показателей  $\lambda$ );

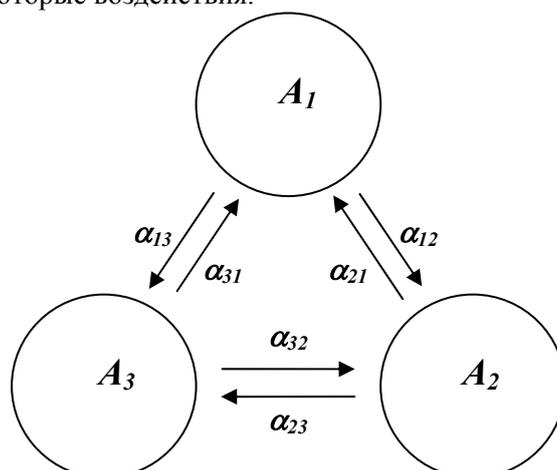
– интенсивность связей между социальными субъектами  $A_i$  и  $A_j$  в математической модели можно характеризовать величиной  $a_{ij}$ , которая в разных задачах может описываться разными показателями (например, если рассматривается взаимодействие государств, то в качестве  $a_{ij}$  в ряде случаев можно использовать величину, пропорциональную объему товарооборота между ними; если рассматривается взаимодействие людей, то в качестве  $a_{ij}$  в ряде случаев можно использовать величину, пропорциональную силе информационного воздействия друг на друга [Бухарин, Малков 2010: 14–20], и т. п.).

В реальных социально-экономических и политических системах, как правило, имеется возможность изменения  $r(A_i, A_j)$ , а также структуры и силы связей  $a_{ij}$  между социальными субъектами. Тем самым имеется возможность преднамеренно (или неосознанно) пе-

реводит систему из стабильного состояния в нестабильное и обратно. Анализируя реальную динамику изменения расстояний  $r(A_i, A_j)$  и связей  $a_{ij}$  между субъектами социальной системы, можно оценивать риски социально-политической дестабилизации общества. Приведем ряд примеров, демонстрирующих возможности такого анализа.

**Пример 1.** Особенности внутренней устойчивости социальных систем (СС).

Рассмотрим влияние на устойчивость СС взаимодействия центральной власти  $A_1$ , местной власти  $A_2$  и населения  $A_3$ . Будем считать их самостоятельными социальными субъектами, имеющими определенную локализацию в информационном пространстве и несовпадающие интересы. На языке математической модели можно сказать, что мы имеем социальную систему, состоящую из трех элементов –  $A_1$ ,  $A_2$  и  $A_3$ , каждый из которых стремится двигаться по своей (отличной от других) фазовой траектории:  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $x_3(t)$ . При взаимодействии этих элементов возможна реализация шести воздействий:  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{31}$ ,  $\alpha_{32}$  (см. рис. 2.25), при этом реально в конкретных случаях определяющую роль играют не все, а лишь некоторые воздействия.



**Рис. 2.25.** Схема связей в системе из трех элементов

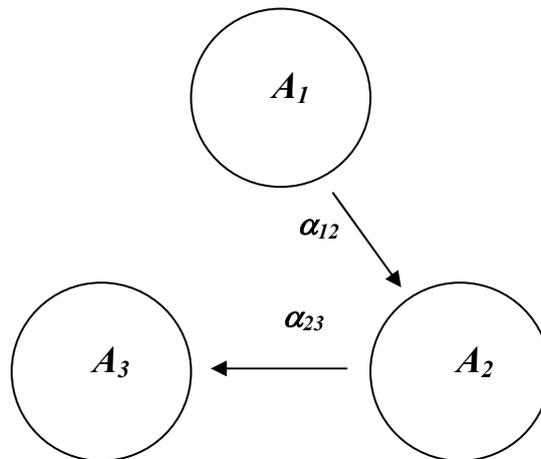
Наша задача – выстроить систему управления социальной системой (то есть – в терминах модели – обеспечить такую структуру и интенсивность связей  $\alpha_{ij}$ ) таким образом, чтобы синхронизовать

фазовые траектории  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $x_3(t)$  (то есть добиться того, чтобы индекс рассогласованности действий социальных субъектов был равен нулю). Необходимые формулы для анализа условий синхронизации фазовых траекторий  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  и  $x_3(t)$  приведены в Приложении.

Результаты математического анализа показывают, что существуют два наиболее эффективных и наименее затратных варианта управления рассматриваемой социальной системой, обеспечивающих синхронизацию ее элементов.

**Вариант 1.1. Жесткая директивная система управления.**

В этом случае определяющими являются связи  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$ , обратные связи от объектов к субъектам управления практически отсутствуют или малозначимы (см. рис. 2.26).



**Рис. 2.26.** Вариант 1.1. Жесткая директивная система управления.

*Особенности:* жесткая вертикаль управления, обратные связи слабые или отсутствуют.

*Примеры:* абсолютная монархия, восточная деспотия, диктатура, тоталитарный режим

Расчеты по модели показывают, что эффективное управление такой системой (то есть синхронизация динамики всех подсистем) возможно только в случае, если интенсивность управляющих усилий превышает определенное пороговое значение:

$$\min(\alpha_{12}, \alpha_{23}) > \alpha_0. \quad (3)$$

В рамках модели величина  $\alpha_0$  связана с ляпуновским показателем  $\lambda$  соотношением:

$$\alpha_0 = 1 - \exp(-\lambda), \quad (4)$$

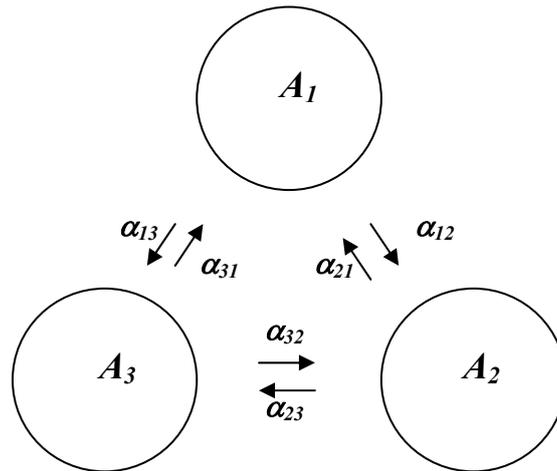
то есть чем больше значение  $\lambda$  (соответственно выше степень хаотизации системы, больше расстояние  $r(A_i, A_j)$  между социальными субъектами в информационном поле), тем больше пороговое значение  $\alpha_0$  и тем больше усилий нужно для синхронизации действий субъектов.

В слабо хаотизированной системе ( $\lambda \rightarrow 0$ ) порог синхронизации (то есть минимальная суммарная интенсивность воздействий, которые требуются для обеспечения режима синхронизации:  $\alpha' = \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{21} + \alpha_{23} + \alpha_{31} + \alpha_{32}$ ) низок, затраты органов управления на обеспечение управляемости небольшие:

$$\alpha' = \alpha_{12} + \alpha_{23} = 2 \cdot \alpha_0 = 2 \cdot (1 - \exp(-\lambda)) \rightarrow 0. \quad (5)$$

В сильно хаотизированной системе управляемость возможна лишь при высоких значениях  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$ , причем при очень больших  $\lambda$  интенсивность воздействий  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  должна быть близка к единице – предельному для связей значению. В этом случае самостоятельность низовых органов управления оказывается практически подавленной и они служат лишь передаточным звеном управляющих воздействий из центральных органов. Такая ситуация соответствует *авторитарным* режимам правления.

Альтернативным устойчивым вариантом управления является **адаптивная система (вариант 1.2)**, при которой задействованы все прямые и обратные связи  $\alpha_{ij}$  (см. рис. 2.27). При этом  $\alpha_{13}$  характеризует непосредственное воздействие центральных органов на объекты управления, например через средства массовой информации, официальную идеологию и т. п.;  $\alpha_{31}$  характеризует обратное воздействие, например посредством референдумов, общенациональных забастовок, актов неповиновения и т. п.



**Рис. 2.27.** Вариант 1.2. Адаптивная система управления.  
 Особенности: задействованы все связи.  
 Примеры: демократический режим, парламентская республика

Математические расчеты показывают, что порог синхронизации минимален, когда все связи имеют одинаковую интенсивность:  $\alpha_{ij} = \nu$ . При этом для варианта 1.2 имеем:

$$\alpha' = \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{21} + \alpha_{23} + \alpha_{31} + \alpha_{32} = 6 \cdot \nu = 2 \cdot \alpha_0, \quad (6)$$

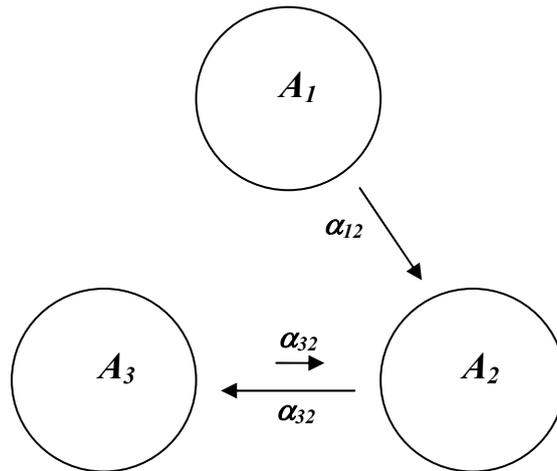
то есть порог синхронизации системы такой же, как и для варианта 1.1. Однако если сравнивать усилия органов управления (то есть величины  $\alpha'' = \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{21} + \alpha_{23}$ ), то видно, что при адаптивной системе управления порог синхронизации ниже ( $\alpha'' = 1,5 \cdot \alpha_0$ ), чем при директивной ( $\alpha'' = 2 \cdot \alpha_0$ ). Кроме того, даже при высокой хаотичности (при больших  $\lambda$ ) существует запас прочности связей, поскольку  $\nu \approx 1/3$ , что значительно ниже предельно допустимого значения для интенсивности связей, которая в рамках модели равна единице. Все это свидетельствует о том, что адаптивная система лучше справляется с задачей управления. Данный вариант соответствует рыночным отношениям в экономике и *демократическому* режиму управления.

Варианты 1.1 и 1.2 представляют собой два крайних случая (минимум и максимум связей в системе). Рассмотрение промежуточных ситуаций, когда в дополнение к  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  задействованы не

все оставшиеся связи, а только часть из них, показывает, что в этом случае необходимые затраты на обеспечение управляемости, как правило, *возрастают*. Поэтому промежуточные ситуации обычно являются неустойчивыми и тяготеют к рассмотренным выше вариантам 1.1 и 1.2. Директивная система (вариант 1.1), хотя и требует больше управленческих затрат на свое поддержание по сравнению с адаптивной системой (вариант 1.2), является устойчивой в том смысле, что спорадически (флуктуационно) возникающие дополнительные связи не снижают, а, как правило, повышают порог синхронизации. Поэтому система стремится снова вернуться к своему исходному состоянию. Этим обусловлена историческая живучесть централизованных директивных систем, к которым, в частности, относятся монархия и разнообразные формы авторитарного правления. Переход к другому устойчивому состоянию – адаптивной системе (вариант 1.2), характерной для режимов демократического типа, – требует *одновременной* актуализации всех связей  $a_{ij}$ , что возможно только в результате активной целенаправленной деятельности со стороны «центра» (реформы) или со стороны управляемых подсистем (революции).

Рассмотрим теперь более подробно промежуточные варианты системы управления, когда в дополнение к  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  задействованы не все оставшиеся связи, а только часть из них.

**Вариант 1.3. Директивная система управления с дополнительной обратной связью  $\alpha_{32}$ .** В этом случае задействованы связи  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{23}$  и  $\alpha_{32}$  (см. рис. 2.28).



**Рис. 2.28.** Вариант 1.3. Директивная система управления с дополнительной обратной связью  $\alpha_{32}$ .

*Особенности:* в дополнение к жесткой управленческой вертикали введена частичная хозяйственная самостоятельность на местах и элементы самоуправления. Порог синхронизации *увеличивается* по сравнению с исходной директивной системой. Для сохранения управляемости необходимо усиление управляющих воздействий.

*Примеры:*

а) экономические реформы в СССР 80-х гг. (перестройка). Введение обратных связей в нижнем звене хозяйственного управления (хозрасчет) сопровождалось не усилением, а ослаблением государственного контроля. Управляющие воздействия оказались ниже порога синхронизации, и государственная система (СССР) распалась;

б) экономические реформы в Китае 80–90-х гг. Введение обратных связей в нижнем звене хозяйственного управления проводилось при жестком государственном контроле, центральные власти не останавливались перед политическими репрессиями (события на площади Тяньаньмэнь). Управляющие воздействия были выше порога синхронизации, и управляемость сохранилась.

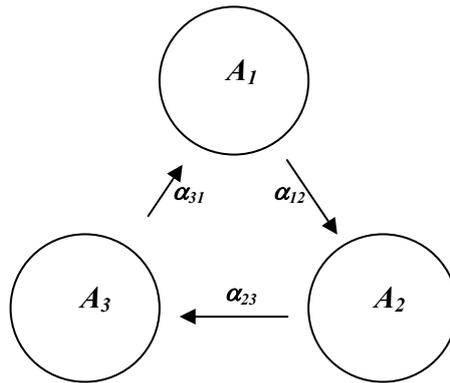
Связь  $\alpha_{32}$  реализует обратное воздействие объектов управления на своих непосредственных руководителей, например через собрания трудовых коллективов на производстве или через советы военнослужащих в армии (как это было после революции 1917 г. и в 1990-е гг. в России).

Математическое моделирование показывает, что при добавлении к связям  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  обратной связи  $\alpha_{32}$  порог синхронизации  $\alpha''$  увеличивается, а синхронизация ухудшается:

$$\alpha'' = \alpha_{12} + \alpha_{23} = 2 \cdot (1 - \exp(-\lambda)) + 2 \cdot \sqrt{(1 - \exp(-\lambda)) \times \alpha_{32}}. \quad (7)$$

Этот результат на первый взгляд является неожиданным: интуитивно кажется, что добавление обратных связей всегда должно повышать согласованность подсистем. Однако оказывается, что это не так. Действительно, мы могли в этом убедиться на собственном опыте, наблюдая результаты экономических реформ 80-х гг. при М. Горбачеве, когда централизованную директивную систему управления пытались дополнить обратными связями в виде элементов хозрасчета, коллегиальных методов принятия решений и т. п. Причина ухудшения синхронизации заключается в том, что, оказывается, связи не равнозначны с точки зрения достижения управляемости подсистемами и результат их взаимодействия существенным образом зависит от общей структуры связей в системе и от значения  $\lambda$ . В рассматриваемом случае мы как раз имеем ситуацию, когда связь  $\alpha_{32}$  «конфликтует» со связями  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$ . В Китае, чтобы преодолеть эту проблему, пошли по пути осуществления реформ под жестким государственным контролем (то есть связи  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  были не ослаблены, а, наоборот, усилены). Результаты такой политики следующие: в настоящее время Китай – наиболее динамично развивающаяся страна мира, имеющая мощную экономику и очень высокие темпы роста ВВП. В СССР ситуация оказалась противоположной: введение в эпоху перестройки обратной связи  $\alpha_{32}$  сопровождалось ослаблением управляющей роли государства, сила воздействий  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  оказалась ниже порога синхронизации, и система (то есть СССР) распалась.

**Вариант 1.4. Директивная система управления с дополнительной обратной связью  $\alpha_{31}$ .** В этом случае задействованы связи  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{23}$  и  $\alpha_{31}$  (см. рис. 2.29). Связь  $\alpha_{31}$  характеризует обратное воздействие объектов управления непосредственно на центральные органы, например посредством петиций, избирательных компаний, референдумов, общенациональных забастовок, восстаний и т. п.



**Рис. 2.29.** Вариант 1.4. Директивная система управления с дополнительной обратной связью  $\alpha_{31}$ .

*Особенности:* осуществление *непосредственного* влияния народа на центральные органы власти через выборы, манифестации и т. п. Порог синхронизации уменьшается, если хаотичность системы низкая, и увеличивается, если хаотичность системы высокая. В первом случае управляемость улучшается. Во втором случае – ухудшается, возможна полная потеря управляемости вне зависимости от интенсивности управляющих воздействий  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$ .

*Примеры:*

а) выборность власти в странах с демократическими традициями (хаотичность низкая) способствует укреплению управляемости. Введение выборности власти в странах, не имеющих демократических традиций, часто приводит к политической нестабильности и вспышкам междоусобиц;

б) революционная ситуация в России в начале XX в. Повышение политической активности масс в стране, характеризовавшейся высокой хаотичностью (то есть сильным рассогласованием интересов различных групп населения), привело не к политическому реформированию государственного устройства, а к социальному взрыву. Попытки усиления управляющих воздействий со стороны власти не смогли обеспечить управляемость («кризис верхов»), и Российская империя рухнула;

в) ситуация на Украине в 2014 г.: в рамках протестного движения против правительства В. Януковича усилилось непосредственное воздействие активистов на власть («киевский Майдан»), что в конечном счете привело к дестабилизации ситуации и падению режима

В этом случае оказывается, что при добавлении к связям  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{23}$  обратной связи  $\alpha_{31}$  управляемость изменяется *по-разному в зависимости от степени хаотичности системы*: при малых  $\lambda$  синхронизация улучшается, а при больших  $\lambda$  – ухудшается. Причем если при  $\lambda > \ln 2$  интенсивность воздействия  $\alpha_{31}$  превысит некоторое пороговое значение ( $\alpha_{31} > 0,5 - \sqrt{0,25 - (\exp(-\lambda))^2}$ ), то синхронизация становится в принципе невозможной ни при каких значениях управляющих воздействий («кризис верхов»), система распадается. Аналог этого процесса мы наблюдали при распаде СССР. Этот результат – двойственность поведения системы при малых и больших значениях  $\lambda$  – не очевиден, но чрезвычайно важен. Он математически строго показывает, что результаты формального введения демократических процедур (например, прямых выборов высших органов государственного управления) в стране со слабыми демократическими традициями и сильным социальным напряжением (то есть с высоким значением  $\lambda$ ) с большой вероятностью приведут к обратному эффекту: вместо ожидаемой стабилизации ситуации и улучшения управляемости – к дестабилизации и хаосу. Такой процесс мы наблюдаем сейчас в Ираке и Ливии после устранения американцами соответственно режимов Саддама Хусейна и Муаммара Каддафи.

Приведенные примеры показывают, что добавление дополнительных обратных связей в социальных системах само по себе не приводит к улучшению управляемости. Более того, во многих случаях порог синхронизации систем не уменьшается, а *увеличивается*. С этим связана возможность дестабилизации социальных систем под флагом проведения демократических реформ и перехода от директивной (авторитарной) системы управления к адаптивной (демократической). Этим обусловлена эффективность «мягкой силы», когда США и их союзники под флагом демократизации поддерживают осуществление «цветных революций» в третьих странах, реальным результатом которых становятся социально-политическая дестабилизация и хаос.

Возникает вопрос: какой же в действительности должна быть оптимальная стратегия перехода от авторитарных форм правления к демократическим? То есть какие связи, в какой последовательно-

сти и каком соотношении нужно вводить, чтобы порог синхронизации не возрастал?

Математическое моделирование может подсказать ответ на этот вопрос. Можно показать, что значение порога синхронизации  $\alpha''$  в общем случае определяется следующим образом:

$$\alpha'' = 2 \cdot (\alpha_0 - \alpha_{31}) + 2 \cdot \sqrt{(\alpha_{32} - \alpha_{31}) \cdot (\alpha_0 - \alpha_{13} - \alpha_{21} - \alpha_{31})}, \quad (8)$$

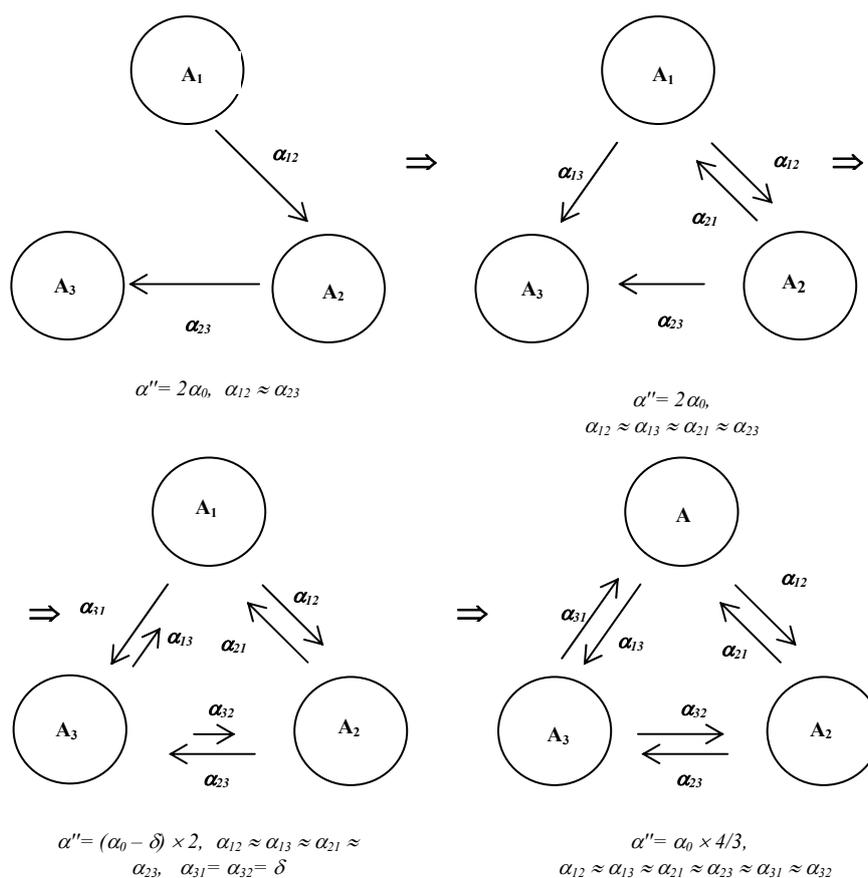
при условии  $(\alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{21} + \alpha_{23} + \alpha_{31} + \alpha_{32}) \geq 2 \cdot \alpha_0$ .

Видно, что приведенные ранее выражения (5), (6), (7) являются частными случаями формулы (8). Из выражения (8) следует, что уменьшение  $\alpha''$  в процессе преобразований обеспечивается, если выражение под корнем поддерживается равным нулю. Для этого необходимо обеспечить следующие соотношения между интенсивностями связей в системе:

$$\alpha_{32} - \alpha_{31} \approx 0 \quad \text{и} \quad \alpha_0 - \alpha_{13} - \alpha_{21} - \alpha_{31} = 1 - \exp(-\lambda) - \alpha_{13} - \alpha_{21} - \alpha_{31} \approx 0.$$

Можно показать, что второе условие выполняется, если  $\alpha_{12} \approx \alpha_{13} \approx \alpha_{21} \approx \alpha_{23}$ . Если перевести язык математики на обычный человеческий язык, то получается следующее:

– стратегия оптимального перехода от директивной к адаптивной системе управления заключается в постепенном и *одновременном* увеличении обратных связей  $\alpha_{31}$  и  $\alpha_{32}$  (повышение участия объектов управления в политической и экономической жизни социальной системы), причем это увеличение должно быть пропорциональным ( $\alpha_{31} \approx \alpha_{32}$ ). При этом предварительно следует провести перераспределение полномочий в управленческих структурах и скоординировать интенсивность управляющих воздействий в соответствии с  $\alpha_{12} \approx \alpha_{13} \approx \alpha_{21} \approx \alpha_{23}$ . То есть прежде всего должен быть достигнут консенсус между центральными и региональными элитами, обеспечено их согласованное взаимодействие с населением при постепенном усилении влияния населения на принятие решений посредством последовательного введения различных демократических процедур. Таким образом, последовательность преобразований может быть представлена схемой на рис. 2.30, где также приведены значения  $\alpha''$ , реализуемые на каждом этапе преобразований.



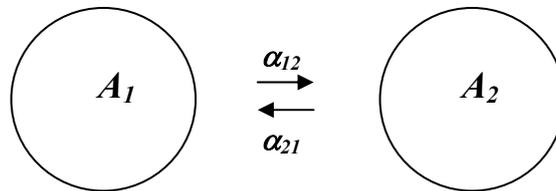
**Рис. 2.30.** Схема оптимальной последовательности преобразований системы управления

Видно, что при рассмотренной стратегии преобразований порог синхронизации  $\alpha''$  последовательно уменьшается, что и обуславливает ее оптимальность. Безусловно, в реальных конкретно-исторических условиях данная стратегия не всегда осуществима, что обусловлено особенностями социально-экономического развития различных государств, их политическими традициями. Однако данная схема является ориентиром, указывающим предпочтительный (чреватый наименьшими осложнениями) путь реформирования общества.

Другим важным выводом, полученным в результате анализа математической модели, является то, что динамика системы существенно зависит от степени ее хаотизации. То есть две системы с одинаковой структурой связей, но различными значениями  $\lambda$  будут вести себя по-разному. Применительно к нашей теме это означает, что использование экономических и политических рецептов, дающих положительный результат, в странах с высоким уровнем хаотизации, скорее всего, не будет эффективным и может дать прямо противоположный результат (вариант 1.4).

**Пример 2.** Особенности влияния внешних акторов на устойчивость социальных систем.

Рассмотрим важный случай, когда на социальную систему оказывается воздействие извне. Пусть исходная социальная система состоит из двух подсистем – взаимодействующих субъектов  $A_1$  и  $A_2$  (ими могут быть, например, два региона одной страны или два соседних государства, поддерживающих тесные связи) (см. рис. 2.31).



**Рис. 2.31.** Схема связей в системе из двух элементов

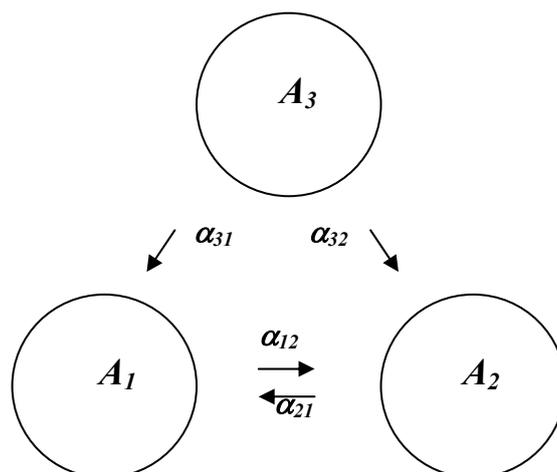
В этом случае количество связей в системе уменьшается до двух ( $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{21}$ ), а порог синхронизации в соответствии с моделью, приведенной в Приложении и адаптированной к системе из двух элементов, равен:

$$\alpha' = \alpha_{12} + \alpha_{21} = \alpha_0 = 1 - \exp(-\lambda). \quad (9)$$

Если взаимные связи в системе спускаются ниже этого порога, то происходит дестабилизация системы и союз субъектов  $A_1$  и  $A_2$  перестает существовать (их действия становятся рассогласованными).

Что произойдет, если появится внешний субъект  $A_3$ , который начнет оказывать воздействие на субъекты  $A_1$  и  $A_2$ ?

**Вариант 2.1.** Рассмотрим ситуацию, когда субъект  $A_3$  одновременно и одинаковым образом воздействует на субъекты  $A_1$  и  $A_2$  (рис. 2.32).

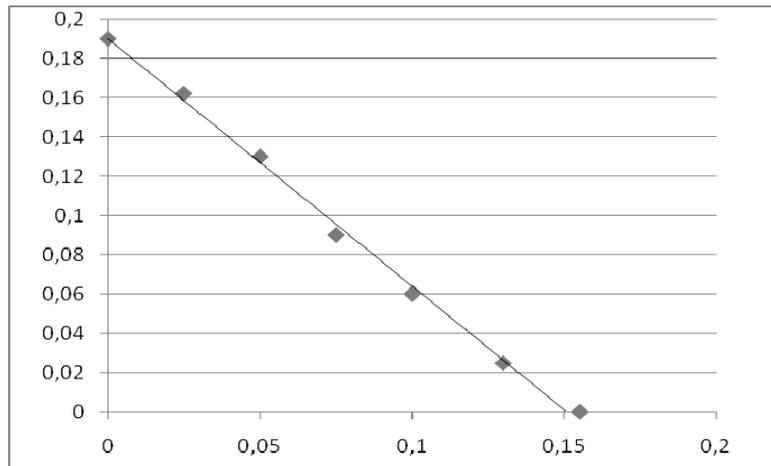


**Рис. 2.32.** Вариант 2.1. Одновременное воздействие внешнего актора  $A_3$  на субъекты  $A_1$  и  $A_2$ .

*Особенности:* внешнее воздействие на субъекты  $A_1$  и  $A_2$  носит одинаковый характер.

*Примеры:* независимый посредник, третейский суд, общий враг

В этом случае невозможно напрямую применить условие (П 1.3) из Приложения для определения порога синхронизации, потому что нас интересует синхронизация не всех трех субъектов одновременно, а только субъектов  $A_1$  и  $A_2$  друг с другом (при этом их синхронизация с внешним субъектом  $A_3$  может отсутствовать). Прямой компьютерный расчет для варианта 2.1 дает следующие результаты: в условиях недостаточности интенсивности связей  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{21}$  для преодоления порога синхронизации субъектов  $A_1$  и  $A_2$  связи  $\alpha_{31}$  и  $\alpha_{32}$  восполняют этот недостаток и обеспечивают синхронизацию. Типовой результат расчета представлен на рис. 2.33.



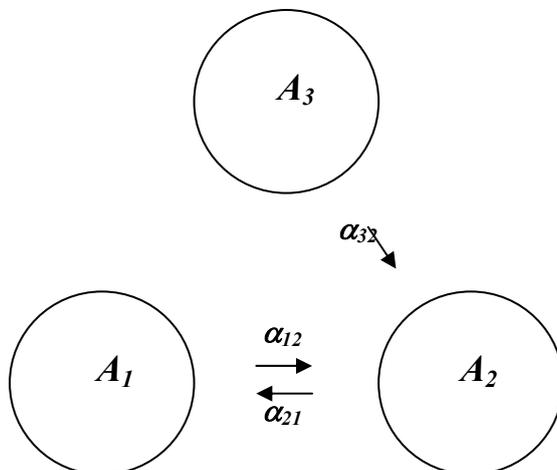
**Рис. 2.33.** Результаты расчета минимальных значений внешних воздействий (ось ординат), при которых обеспечивается синхронизация субъектов  $A_1$  и  $A_2$  для заданных значений связей между ними (ось абсцисс)

Расчетная ситуация, представленная на рисунке 2.33, такова. Считается, что связи  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{21}$  между  $A_1$  и  $A_2$  равны ( $\alpha_{12}=\alpha_{21}=\nu$ ), но их суммарная интенсивность недостаточна для преодоления порога синхронизации (см. выражение (9)). Считается также, что субъект  $A_3$  воздействует на  $A_1$  и  $A_2$  одинаковым образом:  $\alpha_{31}=\alpha_{32}=\nu'$ . Для заданных значений  $\nu$  (ось абсцисс) расчетным путем определяется минимальное значение воздействия  $\nu'$  (ось ординат), при котором восстанавливается режим синхронизации между  $A_1$  и  $A_2$ . В ходе расчетов в качестве функции  $F(x_1, x_2, x_3)$  в уравнениях (12) использовалось логистическое отображение с параметром 3,7, при котором ляпуновский коэффициент отображения имеет положительное значение (динамическая система хаотизирована).

Из рисунка 2.33 видно, что наличие симметричного внешнего воздействия повышает согласованность действий субъектов  $A_1$  и  $A_2$ , причем чем интенсивнее внешнее воздействие, тем сильнее эффект синхронизации  $A_1$  и  $A_2$  (при этом их синхронизации с  $A_3$  может не происходить). Таким образом, вариант 2.1 охватывает как случай, когда субъект  $A_3$  занимает доброжелательную позицию по отношению к  $A_1$  и  $A_2$  (посредник, третейский судья и т. п.), так

и случай, когда субъект  $A_3$  является общей угрозой для  $A_1$  и  $A_2$  (например, общий враг).

**Вариант 2.2.** Рассмотрим ситуацию, когда субъект  $A_3$  воздействует только на одну из сторон (например, на субъекта  $A_2$ ) (рис. 2.34).

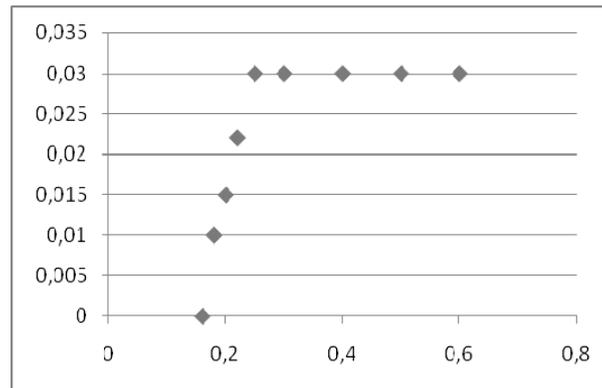


**Рис. 2.34.** Вариант 2.2. Воздействие внешнего актора  $A_3$  лишь на субъекта  $A_2$ .

*Особенности:* внешнее воздействие асимметрично.

*Пример:* ситуация на Украине в 2014 г., когда действия США (внешний актор) привели к дестабилизации отношений между Украиной и Россией

Математический анализ показывает, что в этом случае реализуется обратная ситуация: внешнее воздействие не стабилизирует, а, наоборот, дестабилизирует систему. Прямой компьютерный расчет для варианта 2.2 дает следующие результаты: если на синхронизованную систему (в которой интенсивность связей  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{21}$  выше порога синхронизации) будет оказано асимметричное внешнее воздействие, то синхронизация может быть нарушена и может произойти полная дестабилизация системы. Типовой результат расчета представлен на рис. 2.35.



**Рис. 2.35.** Результаты расчета минимальных значений внешних воздействий (ось ординат), при которых нарушается синхронизация субъектов  $A_1$  и  $A_2$  для заданных значений связей между ними (ось абсцисс)

Расчетная ситуация, представленная на рисунке, такова. Считается, что связи  $\alpha_{12}$  и  $\alpha_{21}$  между  $A_1$  и  $A_2$  равны ( $\alpha_{12} = \alpha_{21} = \nu$ ), причем их суммарная интенсивность выше порога синхронизации (9). Считается также, что субъект  $A_3$  воздействует на  $A_2$  с интенсивностью  $\alpha_{32} = \nu'$ . Для заданных значений  $\nu$  (ось абсцисс) расчетным путем определяется минимальное значение воздействия  $\nu'$  (ось ординат), при котором нарушается режим синхронизации между  $A_1$  и  $A_2$ . Как и ранее, в ходе расчетов в качестве функции  $F(x_1, x_2, x_3)$  в уравнениях (12) использовалось логистическое отображение с параметром 3,7, при котором ляпуновский коэффициент отображения имеет положительное значение (динамическая система хаотизирована).

Из рисунка 2.35 видно, что наличие асимметричного внешнего воздействия ухудшает согласованность действий субъектов  $A_1$  и  $A_2$ , причем чем интенсивнее внешнее воздействие, тем сильнее эффект дестабилизации системы. Яркий пример подобной ситуации мы видим на Украине, где воздействие США привело к дестабилизации внутри- и внешнеполитической ситуации, расколу страны и гражданской войне.

Таким образом, математический формализм описания синхронизации/десинхронизации динамических систем с хаосом является удобным инструментом анализа процессов стабилизации/деста-

билизации политических систем, который может использоваться не только в объяснительных, но и в прогностических целях.

### Приложение

Условия синхронизации для сложных систем исследовались, в частности, в работе [Дмитриев и др. 1996], где связи между подсистемами описывались с помощью решеток связанных отображений с дискретным временем вида:

$$x_i(k+1) = F(x_1(k), x_2(k), \dots, x_m(k)) = F(\sum_{j=1}^m a_{ji} \cdot x_j(k)), \quad \sum_{j=1}^m a_{ji} = 1, \quad (10)$$

где  $a_{ij}$  ( $i \neq j$ ) – коэффициент воздействия  $i$ -го отображения (подсистемы) на  $j$ -е;  $a_{ii}$  – коэффициент обратной связи в  $i$ -той подсистеме («коэффициент автономности»).

Система уравнений (10) описывает функциональную зависимость состояния  $i$ -той подсистемы в момент времени  $k+1$  от состояний всех  $m$  подсистем в предыдущий момент времени  $k$ . При произвольных начальных условиях  $x_i(0)$  и виде функции  $F(x_1, x_2, \dots, x_m)$  динамика каждой  $i$ -той подсистемы описывается траекторией  $x_i(k)$ , определяемой в результате решения системы уравнений (10). Отображение  $F$  при этом может быть как устойчивым (показатель Ляпунова  $\lambda$  автономного отображения  $x(k+1) = F(x(k))$  меньше нуля), так и неустойчивым ( $\lambda > 0$ ). Показатель Ляпунова автономного отображения  $F(x(k))$  определяется в соответствии с:

$$\lambda = \lim_{N \rightarrow \infty} \ln \left( \prod_{k=0}^{N-1} |F'(x(k))| \right)^{1/N}. \quad (11)$$

Оказывается, что синхронизация элементов в системах типа (10) зависит лишь от величины  $\lambda$ , но не от явного вида функции  $F$ . Нас, как следует из вышесказанного, интересует случай хаотизированной динамики подсистем, то есть  $\lambda > 0$ . В работе [Дмитриев и др. 1996: 40–57] показано, что устойчивый к малым возмущениям режим синхронизации  $x_i(t) = x_1(t)$  в системе (10) реализуется, если выполняется условие:

$$r(B) < \exp(-\lambda), \quad (12)$$

где  $r(B)$  – спектральный радиус матрицы  $B$  (то есть максимальный модуль ее собственных значений  $\mu_i$ );  $B$  – матрица возмущений режима синхронизации:

$$B = [b_{ij}], \quad b_{ij} = a_{(j+1)(i+1)} - a_{(j+1)1}, \quad i, j = 1, 2, \dots, m-1. \quad (13)$$

Поскольку  $r(B)$  является функцией интенсивности связей  $a_{ij}$  между подсистемами, то из выражения (12) можно определить, при какой структуре связей достигается режим синхронизации системы (10). Кроме того, можно определить, как нужно изменить структуру связей, чтобы привести систему (10) из синхронизованного в рассогласованное состояние, когда  $x_i(t) \neq x_1(t)$ .

Рассмотрим случай системы из трех элементов:  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  (рис. 2.25). При взаимодействии трех элементов возможна реализация шести воздействий:  $a_{12}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{31}$ ,  $a_{32}$ . «Коэффициенты автономности» в соответствии с формулой (10) равны:  $a_{11} = 1 - a_{21} - a_{31}$ ,  $a_{22} = 1 - a_{12} - a_{32}$ ,  $a_{33} = 1 - a_{13} - a_{23}$ .

Система уравнений (10) приобретает вид:

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= F((1-a_{21}-a_{31})x_1(k) + a_{21}x_2(k) + a_{31}x_3(k)), \\ x_2(k+1) &= F(a_{12}x_1(k) + (1-a_{12}-a_{32})x_2(k) + a_{32}x_3(k)), \\ x_3(k+1) &= F(a_{13}x_1(k) + a_{23}x_2(k) + (1-a_{13}-a_{23})x_3(k)). \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $F$  характеризует динамику развития системы. Значения коэффициентов могут варьироваться в пределах:

$$a_{21} + a_{31} \leq 1, \quad a_{12} + a_{32} \leq 1, \quad a_{13} + a_{23} \leq 1. \quad (15)$$

Матрица  $B$  системы (14) равна:

$$B = \begin{vmatrix} 1 - a_{12} - a_{32} - a_{21} & a_{32} - a_{31} \\ a_{23} - a_{21} & 1 - a_{13} - a_{23} - a_{31} \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Условие (12) преобразуется к виду:

$$f(a) = |\mu| < \exp(-\lambda), \quad (17)$$

где  $\mu = 1 - 0,5 \cdot (a_{12} + a_{13} + a_{21} + a_{23} + a_{31} + a_{32}) \pm 0,5 \cdot (g(a_{ij}))^{1/2}$ ,

$$\begin{aligned} g(a_{ij}) &= (a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{21}^2 + a_{23}^2 + a_{31}^2 + a_{32}^2) - 2 \cdot (a_{12} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} + \\ &+ a_{12} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} + a_{13} \cdot a_{32} + a_{21} \cdot a_{23} + a_{21} \cdot a_{32} + a_{23} \cdot a_{31} + \\ &+ a_{31} \cdot a_{32}) + 2 \cdot (a_{12} \cdot a_{21} + a_{12} \cdot a_{32} + a_{13} \cdot a_{23} + a_{13} \cdot a_{31} + \\ &+ a_{21} \cdot a_{31} + a_{23} \cdot a_{32}). \end{aligned} \quad (18)$$

Решаемая задача формулируется следующим образом: для заданной структуры связей  $a_{ij}$  и заданного значения  $\lambda$  определить, при каких значениях интенсивностей связей в системе реализуется режим синхронизации. При этом нижняя граница интенсивности связей, при которых реализуется режим синхронизации, может быть определена из выражения (17), если в нем знак неравенства заменить на равенство.

### Литература

- Бухарин С. Н., Ковалев В. И., Малков С. Ю. 2009.** О формализации понятия информационного поля. *Информационные войны* 4(12): 2–9.
- Бухарин С. Н., Малков С. Ю. 2010.** К вопросу о математическом моделировании информационных взаимодействий. *Информационные войны* 2(14): 14–20.
- Бухарин С. Н., Малков С. Ю. 2011.** Информационное поле и проблема выбора. *Информационные войны* 2(18): 36–45.
- Бухарин С. Н., Малков С. Ю. 2014.** *Эволюция элиты. Материалы и исследования.* М.: Академический проект; Гаудеамус.
- Дмитриев А. С., Старков С. О., Широков М. Е. 1996.** Синхронизация ансамблей связанных отображений. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика* 4(4–5): 40–57.
- Малков С. Ю. 1998.** Политика с точки зрения синергетики. *Стратегическая стабильность* 3: 90–99.
- Малков С. Ю. 2007.** Динамика политических систем: моделирование устойчивости и дестабилизации. *Информационные войны* 2: 11–20.
- Мун Ф. 1990.** *Хаотические колебания.* М.: Мир.