3.2. Идентификация параметров динамических моделей с использованием исторических рядов данных

В предыдущей главе было показано, что в системах поддержки принятия государственных решений стратегического уровня для анализа долгосрочных последствий решений целесообразно использовать методы динамического моделирования, в том числе на основе использования дифференциальных уравнений, описывающих функционирование социально-экономических систем с учетом управляющих воздействий. Поскольку модели социально-эконо-мических процессов, как правило, содержат значительный набор параметров, значения которых априори неизвестны и должны определяться на основе адаптации моделей к эмпирическим данным, возникает техническая задача идентификации этих пара-метров.

Суть метода идентификации параметров

Предположим, что построена динамическая процессная модель, которая описывается системой дифференциальных уравнений. Такая система может быть достаточно большой и сложной. При построении модели мы имеем представление о том, какие процессы происходят и как они зависят от параметров. Такую модель необходимо верифицировать, понять, насколько правильно она отражает реальные процессы. После верификации модель уже можно использовать как инструмент прогноза для того, чтобы давать рекомендации, как менять управляющие параметры в целях улучшения динамики рассматриваемой социальной системы.

Уравнений в таких моделях обычно несколько, а параметров может быть достаточно большое количество. Некоторые параметры можно определить на основе статистической информации. Но также в модели имеются параметры, статистические данные по которым отсутствуют или их недостаточно. Обычно в таких ситуациях обращаются за помощью к экспертам. Несмотря на относительную простоту и применяемость экспертных методов для анализа и прогнозирования практически любых ситуаций, в том числе в условиях неполной информации, отсутствуют гарантии того, что полученные результаты в действительности достоверны. Причиной тому являются недостатки экспертных методов, а именно – возможный субъективизм мнений экспертов и ограниченность их суждений. Этих недостатков лишен другой способ – идентификация параметров динамических систем.

Идентификация параметров – определение значений параметров модели на основе сопоставления расчетных данных с экспериментальными. Для решения поставленной задачи строится квадратичная функция невязок (ошибок), которая представляет собой суммарное отклонение теоретического ряда значений от статистического ряда на заданном временном интервале. Процесс идентификации состоит в поиске вектора неизвестных параметров, при котором значение функции невязок минимально. Данная задача является достаточно сложной при большом количестве неизвестных параметров. Используя программные расчеты, становится возможным за небольшой период времени определить вектор параметров, наилучшим образом соответствующий фактическим данным.

В настоящее время существует много алгоритмов и программных продуктов, предназначенных для идентификации параметров динамических моделей. Как правило, выбор конкретного алгоритма осуществляется исходя из специфики решаемой задачи. Ниже изложен алгоритм, показавший свою эффективность и удобство при решении задач моделирования и прогнозирования мировой динамики.

Математическая постановка задачи

Пусть задана функция нескольких переменных $F(x_1, x_2, ..., x_n)$. Необходимо найти такой вектор x^*, при котором функция F принимает минимальное значение с заданной точностью ε. Основные методы поиска экстремума являются итерационными, что требует задания вектора начальных значений и критерия окончания итерационного процесса. Итерационная формула представляет собой следующее выражение:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k \xi_k,$$

где ξ_k – направление перехода из точки x_k в точку x_{k+1}, обеспечивающее выполнение условия $F(x_{k+1}) < F(x_k), \mathrm{k} = 0,1...$, α_k – длина шага вдоль этого направления.

Алгоритм поиска минимального значения функции невязок:

1) Задать начальный вектор поиска, из которого будет производиться спуск к минимуму.

2) Выбрать направления поиска следующей точки.

3) Выбрать величины шага до новой точки вдоль выбранного направления.

4) Перейти в очередную точку итерационного процесса.

5) Проверить критерий окончания итерационного процесса.

6) Если критерий окончания выполнен, то завершить процесс поиска; если не выполнен – вернуться к пункту 2.

Для решения задач минимизации функционала применяются специальные методы поиска минимума. Существует несколько групп таких методов:

1) Прямые методы поиска (методы нулевого порядка). В таких методах используется информация только о самой функции и не требуется информации о ее производных, что является основным преимуществом. Также данные методы применяются, когда невозможно задать аналитическое представление функций или они определены только алгоритмически. Методы не требуют непрерывности и регулярности функции. Все это обеспечивает простоту реализации прямых методов на ЭВМ. Примеры методов: метод Розенброка, метод конфигураций (Хука – Дживса), деформируемого многогранника (Нелдера – Мида), случайного поиска.

2) Методы первого порядка. Используют информацию как о самой функции, так и о производных первого порядка этой функции. В данную группу входят в основном градиентные алгоритмы.

3) Методы второго порядка. Используют информацию о самой функции и ее производных первого и второго порядка. К этой группе относятся метод Ньютона и его модификации.

Метод случайного поиска

В данной работе для идентификации параметров выбрана первая группа методов, в частности метод случайного поиска с нелинейной тактикой (с возвратом при неудачном шаге). Во-первых, случайный поиск – это эффективный способ оптимизации именно многопараметрических задач, который соответственно позволяет со сравнительно небольшими затратами машинного времени определить экстремум функции большого числа переменных. Во-вторых, он не предъявляет существенных требований к виду множества параметров. Более того, не требуется непрерывности функции или ее аналитического представления.

В методе случайного поиска с нелинейной тактикой выполняется итеративный процесс движения оптимизационных переменных в пространстве с использованием случайных направлений. Случайное поведение во многих случаях оказывается более эффективным, чем регулярное поведение.

Случайный поиск с нелинейной тактикой построен с помощью оператора случайного шага ξ и оператора возврата. Действие оператора ξ может либо привести к уменьшению оптимизируемой функции F(ΔF < 0), либо не привести (ΔF ≥ 0). Алгоритм случайного поиска с нелинейной тактикой представляет собой спуск шагами α в случайном направлении ξ пространства параметров x. Следует заметить, что спуск по функции F(x) происходит за счет того, что используются только те случайные шаги, которые удачны, а неудачные устраняются с помощью операции возврата. Рекуррентная формула алгоритма с нелинейной тактикой имеет вид:

$$\Delta x_{k+1} = \begin{cases} t\xi, \mathrm{F}(x_{k+1}) - \mathrm{F}(x_k) < 0 \\ -\Delta x_k, \mathrm{F}(x_{k+1}) - \mathrm{F}(x_k) \geq 0. \end{cases}$$

Нелинейность метода состоит в том, что нет необходимости повторять удачные шаги, сделанные на предыдущих итерациях. То есть даже после удачного случайного шага (ΔF < 0) делается новый случайный шаг. Более того, в окрестности минимума повторение удачного шага чаще всего приводит не к улучшению, а к ухудшению результата. Это еще одно из преимуществ нелинейного поиска перед линейным.

Алгоритм случайного поиска минимума с возвратом при неудачном шаге состоит из следующих действий:

1) задать величину шага α и величину N – количество возможных неудачных шагов;

2) получить случайный вектор параметров U = (U_1, …, U_m), где m – количество неизвестных параметров;

3) установить переменную n = 0;

4) получить случайный вектор ξ = (ξ_1, …, ξ_m), где ξ_i – случайная величина, равномерно распределенная на интервале [–1, 1];

5) вычислить вектор $Un_i = U_i + a \cdot \xi_i$. Найти значение целевой функции F_1 для вектора U и значение целевой функции F_2 для вектора Un. Найти $\Delta F = F_2 - F_1$;

6) проверить условие ΔF < 0:

если да, то $\Delta U = a \cdot \xi$, $n = 0$;

если нет, то $\Delta U = -(Un - U) + a \cdot \xi$, $n = n + 1$;

7) присвоить вектору U новые значения: $U = U + \Delta U$.

8) проверить условие $n < N$:

если да, то возврат на шаг 4;

если нет, переход на шаг 9;

9) для найденного значения оптимального вектора U проверить, входят ли все параметры в допустимый интервал:

если да, закончить процесс. U – вектор искомых параметров;

если нет, переход на шаг 2.

Глобальный поиск

Метод случайного поиска позволяет найти лишь один локальный минимум функции в зависимости от начального условия. Но, как правило, целевые функции многих переменных имеют множество экстремумов. Появляется задача поиска глобального минимума, то есть наименьшего среди всех локальных. Это достаточно трудная задача. К тому же нет полной уверенности, что найденный за конечное время экстремум является глобальным, так как существует риск утери экстремума в процессе поиска.

Для поиска глобального минимума в данном случае применяется метод случайного мультистарта. Его суть состоит в проведении многократного локального спуска из N случайных начальных точек. При этом для поиска локальных минимумов используется метод случайного спуска с нелинейной тактикой. Из полученных N локальных минимумов выбирается наименьший, который и является глобальным.

Алгоритм глобального поиска заключается в следующем.

Количество точек M, из которых будет произведен локальный спуск, задается пользователем системы. Далее производятся действия:

1) задать $k = 0$;

2) получить вектор параметров U_i;

3) вычислить локальный минимум методом случайного спуска с нелинейной тактикой при начальном условии U_i; положить $k = k + 1$;

4) повторить шаги 2–3 до тех пор, пока не выполнится условие выхода $k > M$;

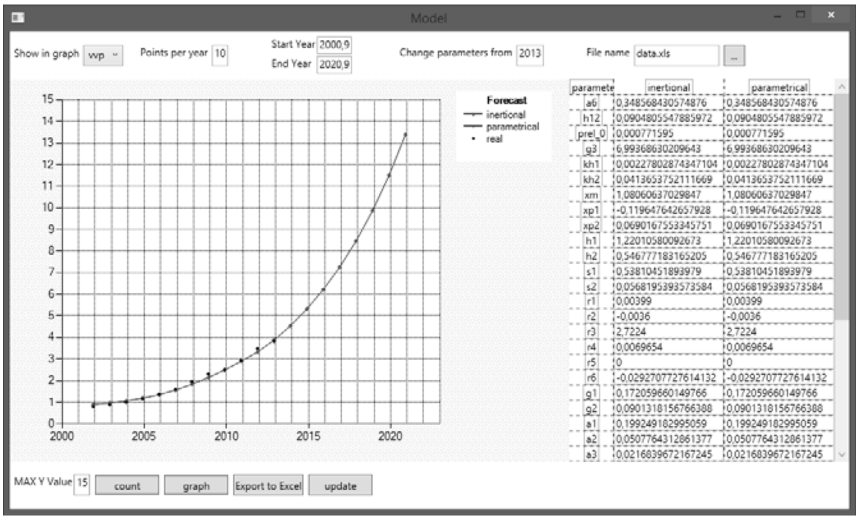
5) из всех рассчитанных векторов параметров U_i выбираем тот, для которого значение целевой функции минимально. Этот вектор и будет искомым вектором параметров модели.

Описание созданного программного комплекса

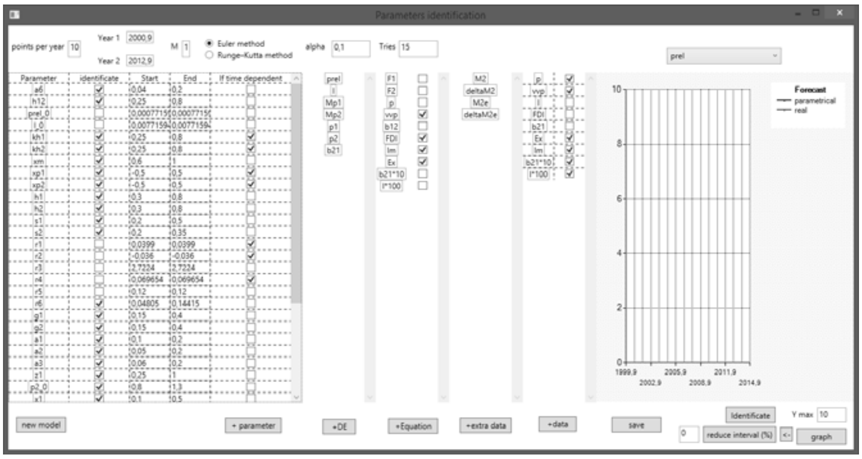
Для автоматизации процесса поиска неизвестных параметров модели разработан программный комплекс, который кроме идентификации параметров предоставляет возможность рассчитать прогноз. Данное приложение позволяет работать с системами дифференциальных уравнений в совокупности с алгебраическими уравнениями. Правые части дифференциальных уравнений строятся по принципу разности процессов, приводящих к увеличению, и процессов, приводящих к уменьшению величины. В таких системах имеется большое количество неизвестных параметров, поиск которых и является основной целью создания программы. Необходимо заметить, что рекомендуется идти по пути последовательного усложнения модели. Сначала записывается простая базовая модель, идентифицируются параметры. Затем в нее добавляются процессы. Но по мере усложнения базовые соотношения параметров, вытекающие из упрощенной модели, должны сохраняться.

В программе имеется два окна:

1. «Model» для прогноза:



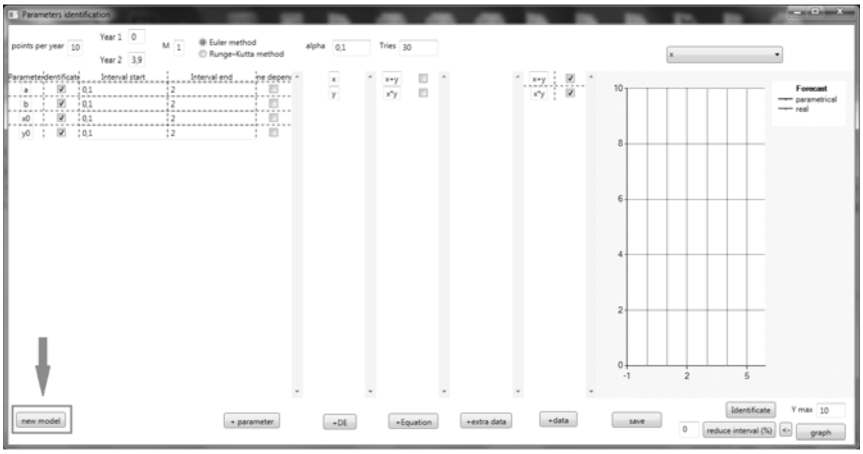
2. «Parameters identification» для идентификации параметров:



Прежде чем добавлять новую модель в программу, следует подготовить необходимые данные:

1. Определить для каждого параметра допустимый интервал значений. Впоследствии при вычислении минимума функции невязок начальное значение каждого параметра будет генерироваться именно на этом интервале.
2. Подготовить ряды экзогенных данных, имеющихся в модели.
3. Найти эмпирические данные для тех рядов, на основе которых будет производиться идентификация. После того, как эти ряды получены из статистических источников, они требуют обработки. Например, такие характеристики, как денежная масса, ВВП, инвестиции, импорт и экспорт, являются довольно большими числами по абсолютной величине. Поэтому они неудобны для расчетов. К ним применяют процедуру обезразмеривания. Выбирается базовый год, все пересчитывается по отношению к нему. В некоторых случаях требуется построение аналитической аппроксимации функции. В особенности это нужно для прогноза – для продления в будущее некоторых экзогенных рядов данных. Обычно это делается с помощью регрессионных полиномов.

После того, как данные для модели подготовлены, ее можно вносить в программу. Для того чтобы добавить новую модель, необходимо воспользоваться кнопкой «new model» окна «Parameters identification»:



Далее пользователю следует добавить:

– параметры модели (кнопка «+ parameter»);

– дифференциальные уравнения (кнопка «+ DE»);

– алгебраические уравнения (кнопка «+ Equation»);

– экзогенные данные (кнопка «+ extra data»);

– эмпирические данные (кнопка «+ data»).

Для самого процесса идентификации нужно указать:

– количество точек в году (poins per year);

– начальный год (Year 1);

– конечный год (Year 2);

– количество точек, из которых будет осуществляться спуск (M);

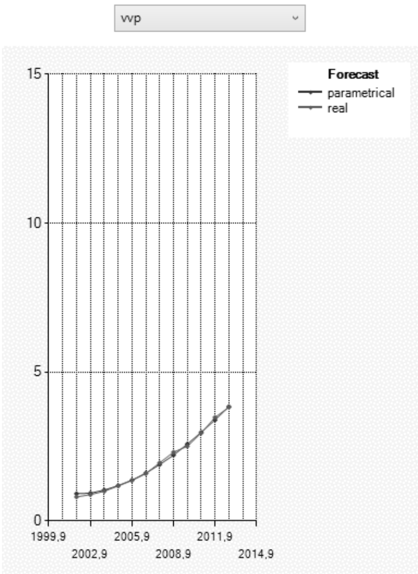
– шаг (alpha);

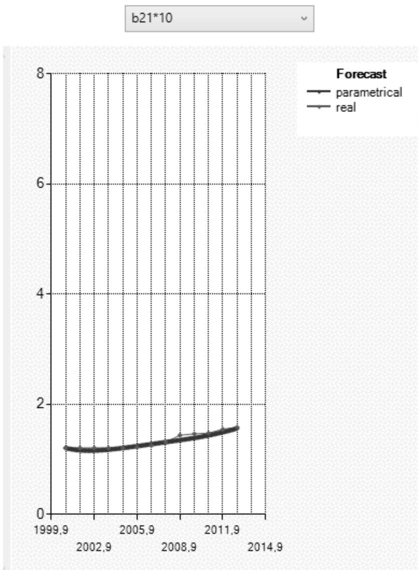
– количество попыток возврата в предыдущую точку (tries).

После нажатия кнопки «identificate» запустится процесс идентификации.

Когда процесс завершится, программа сообщит об этом. Результаты сохраняются в файл data.xls на лист «results». Результатом работы алгоритма является матрица, в столбцах которой записаны параметры, при которых функция достигает локальных минимумов. В первый столбец выносится тот набор параметров, при котором функция невязки достигает глобального минимума.

Далее для наглядной иллюстрации результатов можно построить графики, нажав кнопку «graph». На графиках будут отображены теоретические кривые (красным цветом) и статистические данные (зеленым цветом):



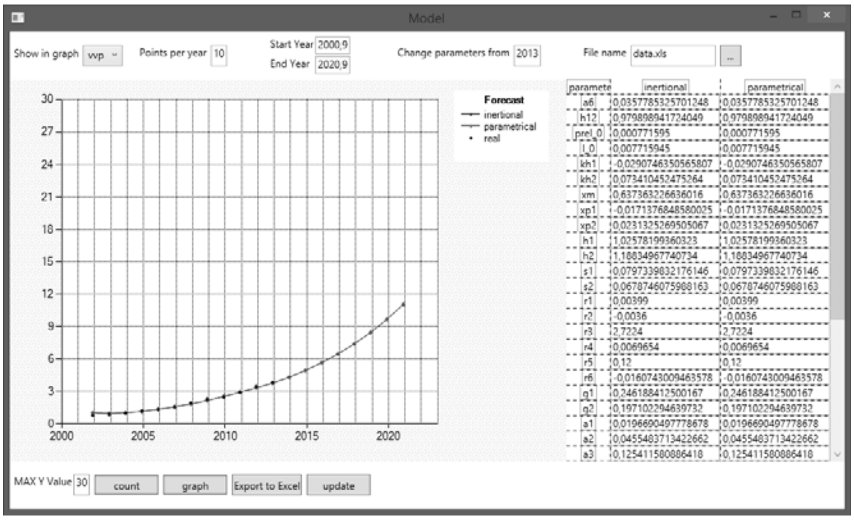


Расчет прогноза

Имеется возможность сделать прогноз двух видов:

– инерционный – не изменяя параметры;

– параметрический – варьируя параметры.



Параметры, расположенные в столбце «inertional», предназначены для инерционного прогноза. Их не следует изменять.

Параметры, расположенные в столбце «parametrical», предназначены для параметрического прогноза, их можно менять и таким образом видеть, в какую сторону меняется ситуация.

Следует также указать:

– количество точек в году (points per year);

– начальный год (Start Year);

– конечный год (End Year);

– начиная с какого момента времени менять параметры (Change parameters from).

Далее нужно нажать кнопку «count» для расчета массивов. После того как программа сообщит о завершении вычислений, можно либо построить графики, либо экспортировать массивы (инерционный и параметрический) в файл data.xls на листы arrays1 и arrays2 соответственно.

Проблемы, возникающие при идентификации

К проблемам, которые возникают при идентификации параметров модели, можно отнести следующие:

1) В некоторых случаях алгоритм не дает результатов, то есть не получается подобрать параметры так, чтобы теоретические

и эмпирические кривые были близки. Это, скорее всего, говорит о том, что в модели не учтен какой-либо важный процесс. В таком случае нужно доработать модель.

2) Основная математическая проблема – отсутствие четкого аттрактора. Это следствие того, что модели часто близки к линейным (в первом приближении). Поэтому увеличение одних параметров может быть скомпенсировано уменьшением других. В итоге при идентификации выявляется ряд наборов параметров с малой невязкой, то есть возникает ситуация многовариантности или мультиколлинеарности. Поскольку наборы параметров разные, приходится экспертным образом выбрать требуемый набор.

3) Когда во временно́м интервале, на котором идентифицируются параметры экономической модели, случается экономический кризис, приходится несколько видоизменять процесс идентификации. В момент кризиса изменяются значения некоторых параметров. Неизменными остаются параметры, характеризующие базовые процессы. В связи с этим весь интервал идентификации приходится разбивать на бескризисный, кризисный и посткризисный периоды и далее проводить идентификацию на каждом периоде отдельно.

Обработка результатов идентификации и прогноз

После завершения работы алгоритм отправляет результаты в книгу Excel на лист «results». Результатом являются наборы столбцов с сочетанием параметров, при которых достигаются локальные минимумы. Первый столбец соответствует глобальному минимуму. Полученный набор оптимальных параметров может быть в дальнейшем использован для анализа и прогнозирования. Более того, если в модели правильно определена структура потоков, то идентификация параметров позволяет выявить значения параметров, которые скрыты.

Предположим, нам удалось определить все параметры модели. Следующая задача (задача прогноза) – сказать, что будет дальше. Прогноз может быть двух видов: инерционным и параметрическим. Если мы ничего не меняем, оставляем все тенденции и пропорции, которые были, то получаем инерционный прогноз. Но имеется возможность не только построить инерционный прогноз. Основным преимуществом модели является возможность изменить тот или иной параметр, чтобы посмотреть, что будет, если изменить ситуацию. Таким образом, модель показывает отклик системы на те или иные воздействия (в том числе управленческие). Иными словами, программа может служить инструментом поддержки принятия решений.

Поскольку управленческие воздействия могут быть разнообразными, возникает задача оптимизации – как изменить параметры системы таким образом, чтобы в итоге значение целевых показателей достигло максимальных (или минимальных) значений с учетом ограничений по ресурсам.

Оптимизация

Для рассматриваемой нами предметной области математическая задача многомерной оптимизации формулируется, как правило, следующим образом. Среди наборов параметров модели нужно найти такой набор, при подстановке которого значение целевой функции является максимальным (минимальным) в заданный момент времени t_2. Для решения данной задачи необходимо задать допустимое множество наборов параметров (интервалы), целевую функцию и критерий поиска – максимум или минимум.

Для определения глобального экстремума целевой функции в данной работе используется прямой метод поиска (перебор). Выбор этого метода обусловлен отсутствием требований вычисления производных целевой функции и задания ее аналитического представления, а также большой размерностью задачи.

Алгоритм решения задачи оптимизации:

1) задать количество точек перебора n;

2) для каждого n:

– сгенерировать случайный вектор параметров на допустимом интервале;

– вычислить значение целевой функции, соответствующее сгенерированному вектору параметров;

3) среди n векторов параметров выбрать тот, который соответствует экстремальному значению целевой функции.

Таким образом, в ходе исследований были отработаны численные алгоритмы и созданы реализующие их программные продукты, позволяющие проводить идентификацию параметров динамических моделей, делать инерционный и параметрический прогнозы, а также решать задачи оптимизации (выявлять наборы управляющих воздействий, приводящих к максимизации целевых функций в заданный момент времени). Этот математический аппарат будет использоваться в интересах моделирования и прогнозирования мировой динамики.