

О взаимосвязи между формулой увеличения планетарной сложности и уравнением гиперболического роста численности населения Земли¹

Андрей Витальевич Коротаев

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»;
Институт Африки РАН

Проведенные расчеты заставляют предполагать следующее: то обстоятельство, что темпы увеличения глобальной сложности в ряде Панова (dn/dt) и численность населения Земли (N) вплоть до начала 1970-х гг. росли по одному и тому же закону ($x_t = C/2027-t$), является отнюдь не случайностью, а проявлением достаточно глубокой закономерности. Выясняется, что на социальной фазе Универсальной и глобальной истории гиперболический рост темпов увеличения глобальной сложности и гиперболический рост численности населения Земли оказываются двумя теснейшим образом связанными сторонами единого процесса. Это, между прочим, заставляет ожидать, что глобальный демографический переход и прекращение гиперболического роста численности населения Земли будет сопровождаться радикальным изменением паттернов роста глобальной сложности и технологического развития, которые закономерным образом все более отходят от гиперболической к принципиально иной модели, которая еще ждет своего исследования.

Ключевые слова: планетарная сложность, гиперболический рост, сингулярность, биосферные революции, Большая история, фазовые переходы.

Как мы могли видеть выше в статье «Математический анализ сингулярности XXI века в контексте Большой истории» (Коротаев 2020), формула ускорения роста планетарной сложности / глобального макроэволюционного развития (1) оказалась практически идентичной уравнению гипербо-

¹ Исследование выполнено в рамках Программы развития Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Математические методы анализа сложных систем».

Автор выражает благодарность С. Г. Шульгину и А. А. Фомину за помощь с содержащимися в данной статье математическими расчетами.

лического роста численности населения Земли (2). Действительно, уравнение ускорения роста планетарной сложности (n) в ряду Панова² выглядит следующим образом:

$$y_t = \frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{2027-t}, \quad (1)$$

где y ($=dn/dt$) – это скорость роста глобальной сложности (число фазовых переходов за единицу времени) на момент времени t , а C_1 и 2027 (год сингулярности) – константы.

Нетрудно видеть, что эта формула практически идентична открытому Х. фон Ферстером еще в 1960 г. (Foerster *et al.* 1960) закону гиперболического роста численности населения Земли:

$$N_t = \frac{C_2}{2027-t}, \quad (2)$$

где N_t – это население мира в момент времени t , а C_2 и 2027 – это константы, при этом 2027 соответствует так называемой «демографической сингулярности».

Как мы видим, различаются эти уравнения только значениями параметра C в знаменателе.

Между тем этот паттерн ускорения не вполне тривиален. При этом важно отметить, что, несмотря на существенное сходство, паттерн ускорения темпов планетарной эволюции (прослеживаемый в рядах Панова и Модиса – Курцвейла³) заметно отличается от паттерна, открытого фон Ферстером применительно к росту населения мира.

Дело в том, что y ($= dn/dt$) уравнения (1) – это **темпы** роста глобальной сложности, поэтому $y = C_1/2027-t$ описывает не рост глобальной сложности, а рост **темпов** увеличения глобальной сложности. А значит, y уравнения (1) соответствует не численности населения (N) уравнения (2), а **темпам** роста численности населения; при этом уравнения, описывающие рост численности населения Земли (N), достаточно заметно отличаются от уравнений, описывающих динамику **темпов** роста этой численности (dN/dt).

Действительно, как мы помним, алгебраические уравнения типа:

$$y_t = \frac{C}{t^* - t}, \quad (3)$$

являются решениями дифференциального уравнения типа:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{y^2}{C}, \quad (4)$$

² См.: Панов 2005; 2008; Panov 2005; 2020.

³ См.: Modis 2002; 2003; Kurzweil 2005.

Таким образом, если численность населения Земли растет по закону $N = C_2/t^* - t$, то темпы роста его численности будут меняться по совсем другому закону:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{C}. \quad (5)$$

С другой стороны, подставляя $N = C/t^* - t$ в $dN/dt = N^2/C$, получаем:

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{C}{t^* - t}\right)^2 : C = \frac{C^2}{(t^* - t)^2} : C = \frac{C}{(t^* - t)^2}.$$

Таким образом, если **численность** населения Земли растет по **простому** гиперболическому закону:

$$N_t = \frac{C_2}{2027 - t}, \quad (2)$$

то **темпы** роста его численности будут увеличиваться по **квадратичному** гиперболическому закону:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C_2}{(2027 - t)^2}. \quad (6)$$

Сравним это теперь с уравнениями, описывающими рост глобальной/планетарной сложности. Вслед за А. А. Фоминым (2020; Fomin 2020) и А. Д. Пановым (2004; 2005; Panov 2020) обозначим уровень глобальной сложности как n^4 . При таком подходе многократно упоминавшаяся выше переменная y может быть записана как dn/dt . Как мы помним, темпы роста планетарной сложности ($y = dn/dt$) увеличивались в ряду Панова⁵ по закону, заметно отличному от уравнения, описывающего динамику роста темпов увеличения численности населения Земли (18/6):

$$y = \frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{2027 - t}. \quad (7)$$

При этом решение дифференциального уравнения (11/7) дает следующий результат:

$$n_t = A - C_1 \cdot \ln(2027 - t), \quad (8)$$

где A – константа⁶.

⁴ При этом уровень планетарной сложности на данный момент времени будет исчисляться количеством (n) происшедших до данного момента времени «биосферных революций» (по Панову – Фомину), или «скачков сложности» / *complexity jumps* (по Модису) (исходя из допущения, что каждый «скачок сложности» добавляет к текущему n еще один порядок/уровень сложности).

⁵ Впрочем, в ряду Модиса – Курцвейла они увеличивались по тому же самому закону (при нескольких других значениях параметров C_1 и t^*).

⁶ Между прочим, проведенные А. А. Фоминым (2020) расчеты позволяют установить значение этой константы для ряда Панова. Она оказывается равной величине $\ln T / \ln \alpha$, где T – это время существования жизни на Земле (которое может быть примерно оценено как 4 млрд лет), а α – это «коэффициент ускорения исторического времени, показывающий, во сколько раз каждая последующая эпоха короче предыдущей» (Панов 2005: 128) (подробнее о коэффициенте α см. ниже). Подробнее см. Приложение к данному разделу.

Таким образом, планетарная сложность (n) растет по существенно другому закону, чем численность населения мира (N) (см. Табл. 1):

Табл. 1. Сопоставление законов роста глобальной / планетарной сложности и увеличения численности населения Земли

	Уравнения, описывающие рост глобальной сложности (n) (по ряду Панова)	Уравнения, описывающие рост численности населения Земли (N) (по ряду фон Ферстера – Капицы)
Уравнения роста глобальной сложности / численности населения	$n_t = A - C_1 \cdot \ln(2027 - t) \quad (8)$	$N_t = \frac{C_2}{2027 - t} \quad (2)$
Уравнения увеличения темпов роста глобальной сложности / численности населения	$\frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{2027 - t} \quad (1)$	$\frac{dN}{dt} = \frac{C_2}{(2027 - t)^2} \quad (6)$

Как мы видим, численность населения Земли (N) росла (до начала 1970-х гг.) по простому гиперболическому закону ($N_t = C/t^* - t$), а планетарная сложность увеличивалась по логарифмически-гиперболическому закону ($n_t = \text{const} - C \cdot \ln(t^* - t)$).

Кроме того, темпы роста численности населения мира (dN/dt) менялись (до начала 1970-х гг.) по **квадратично**-гиперболическому закону ($dN/dt = C/(t^* - t)^2$), а темпы роста планетарной сложности менялись по **простому** гиперболическому закону ($dn/dt = C/t^* - t$).

Тем не менее остается вопрос – случайно ли то, что **темпы** увеличения глобальной сложности в ряде Панова (dn/dt) и численность населения Земли (N) вплоть до начала 1970-х гг. росли по одному и тому же закону: $x_t = C/2027 - t$? Отметим, что проведенные А. А. Фоминым (2020; Fomin 2020) расчеты показывают, что это совсем не случайно.

А. А. Фомин обращает внимание на открытую еще С. П. Капицей (1996) закономерность – на протяжении социальной фазы Большой истории / универсальной эволюции население Земли между каждой парой биосферных революций увеличивалось примерно в одно и то же число раз (по расчетам Фомина, где-то порядка $2,8^7$). Более того, Фомин математически показывает, что в такого рода контексте «рост населения мира в α раз сопровождается уменьшением временной дистанции между фазовыми переходами в те же α раз» (Fomin 2020: 108) – то есть если между био-

⁷ Близкие результаты были получены ранее С. П. Капицей (1996: 73–74).

сферными революциями население в среднем увеличивается в α раз, то и промежутки времени между каждой последующей парой биосферных революций будет сокращаться в α раз (отметим, что последняя α – это не что иное, как то, что А. Д. Панов [2005: 128] называет «коэффициентом ускорения исторического времени, показывающим, во сколько раз каждая последующая эпоха⁸ короче предыдущей»). При этом проведенные А. А. Фоминым эмпирические расчеты (см.: Fomin 2020) подтвердили, что среднее значение увеличения населения между биосферными революциями примерно равно среднему значению укорачивания времени между биосферными революциями. Расчеты Фомина показывают, что и то и другое значения располагаются в интервале 2,5–2,8, что достаточно близко значению коэффициента α , эмпирически рассчитанному А. Д. Пановым (2,67, см., например: Панов 2005: 130; см. также: Капица 1996: 73–74).

Однако собственное объяснение Фоминым (2021; Fomin 2020), почему «рост населения мира в α раз сопровождается уменьшением временной дистанции между фазовыми переходами в те же α раз», представляется крайне трудным для понимания (что, впрочем, совсем не означает, что данное объяснение нужно считать неправильным). Поэтому ниже мы постараемся объяснить данную закономерность более простым образом.

Гиперболический рост численности населения мира (наблюдавшийся до начала 1970-х гг.) означал, что мировое население росло по следующему закону:

$$N_t = \frac{C_2}{2027-t}, \quad (2)$$

что можно также записать и следующим образом:

$$N_t = \frac{C_2}{x}, \quad (2)$$

где x – это время до сингулярности ($x = 2027-t$). Сама природа гиперболического роста подразумевает, что для того, чтобы численность населения мира (N) смогла увеличиться в α раз (например, в 3 раза), время до сингулярности должно уменьшиться в те же α раз (то есть в нашем случае – в 3 раза). В результате каждый новый период увеличения N в α раз (например, период утроения численности мирового населения) будет короче предыдущего увеличения N в α раз (например, предыдущего утроения численности населения мира) в те же самые α раз (в нашем случае – в 3 раза). Уже из того, что среднее значение увеличения населения между биосферными революциями равно среднему значению укорачивания времени между биосферными революциями, вытекает, что темпы роста глобальной сложности ($y = dn/dt$) должны быть пропорциональны численности населения Земли (N), а значит, N и dn/dt должны расти по одному за-

⁸ То есть промежуток между «биосферными революциями» / «скачками сложности».

кону. Действительно, для того чтобы N между биосферными революциями увеличилось в α раз, расстояние до следующей биосферной революции должно сократиться в α раз. Но скорость роста глобальной сложности (dn/dt) мы рассчитываем именно как 1, деленную на число лет между биосферными революциями (что и дает нам «число биосферных революций в год»). Таким образом, сокращение времени между биосферными революциями в α раз по определению означает увеличение интенсивности глобальной макроэволюции (dn/dt) в α раз. А значит, если увеличение N в α раз сопровождается сокращением времени между биосферными революциями в α раз, а сокращение времени между биосферными революциями в α раз означает увеличение интенсивности глобальной макроэволюции (dn/dt) в α раз, то увеличение N в α раз должно сопровождаться увеличением dn/dt в α раз, а это означает, что N пропорционально dn/dt , и они растут по одному закону.

Покажем это теперь более формально. Так как движение от одной биосферной революции до другой сопровождается ростом населения N в α раз и увеличением индекса глобальной сложности n на одну единицу, получаем:

$$N = k \cdot \alpha^n, \quad (9)$$

где k – коэффициент пропорциональности между N и α^n .⁹

Так как:

$$N_t = \frac{C_2}{2027-t}, \quad (2)$$

получаем:

$$k \cdot \alpha^n = \frac{C_2}{2027-t}. \quad (10)$$

Отсюда:

$$\ln(k \cdot \alpha^n) = \ln\left(\frac{C_2}{2027-t}\right), \quad (11)$$

$$\ln(k) + \ln(\alpha^n) = \ln\left(\frac{C_2}{2027-t}\right), \quad (12)$$

$$n \ln(k) + n \ln(\alpha) = \ln\left(\frac{C_2}{2027-t}\right), \quad (13)$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{C_2}{2027-t}\right) - \ln(k)}{\ln(\alpha)}. \quad (14)$$

Дифференцируя выражение (14), получаем:

⁹ Отметим, что проведенная А. А. Фоминым (2020) эмпирическая проверка подтвердила наличие этой нетривиальной зависимости.

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{\ln(\infty)} \cdot \frac{1}{2027-t}, \quad (15)$$

или

$$\frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{2027-t}, \quad (1)$$

где $C_1 = 1/\ln(\alpha)^{10}$.

Таким образом мы аналитически получаем, что если население (N) растет гиперболически по закону $N_t = C_2/2027-t$, а между индексом глобальной сложности (n) и численностью населения Земли (N) существует «соотношение Капицы» ($N = k \cdot a^n$), то темпы роста глобальной сложности (dn/dt) будут расти по тому же гиперболическому закону ($dn/dt = C_1/2027-t$), что и численность населения Земли. Эмпирические тесты, результаты которых представлены в данном выпуске «Эволюции»¹¹, показывают, что эти теоретические ожидания получают неожиданно сильное эмпирическое подтверждение (по крайней мере, мы сами не ожидали, что оно окажется столь сильным).

Итак, проведенные расчеты заставляют предполагать следующее: то обстоятельство, что темпы роста глобальной сложности в ряде Панова (dn/dt) и численность населения Земли (N) вплоть до начала 1970-х гг. росли по одному и тому же закону ($x_t = C/2027-t$), является отнюдь не случайностью, а проявлением достаточно глубокой закономерности. Таким образом, на социальной фазе Универсальной и глобальной истории гиперболический рост темпов увеличения глобальной сложности и гиперболический рост численности населения Земли оказываются двумя теснейшим образом связанными сторонами единого процесса.

Отметим, что это совсем неплохо согласуется со многими математическими моделями гиперболического роста численности населения Земли¹², рассматривающими его как следствие функционирования механизма положительной обратной связи второго порядка между демографическим ростом и технологическим развитием, когда технологическое развитие (наиболее ярко проявлявшееся именно в виде «биосферных революций» типа неолитической или промышленной) значительно ускорило темпы роста населения, который (в силу действия принципа «чем больше людей, тем больше изобретателей») через механизмы коллективного научения

¹⁰ Отметим между прочим, что проведенные нами расчеты позволили нам установить аналитически значение параметра C_1 в уравнении (1).

¹¹ В дополнение к данному материалу см. также статьи «Сквозная гиперболическая эволюция от биосферы до техносферы» (Фомин 2021) и «Математический анализ сингулярности XXI века в контексте Большой истории» (Коротаев 2020).

¹² См., например: Подлазов 2000; 2001; 2002; Коротаев, Малков, Халтурина 2005а; 2005б; 2007; 2008; Таагерера 1976; Kremer 1993; Tsirel 2004; Korotayev, Malkov, Khaltourina 2006а; 2006б; Korotayev, Malkov 2012; Korotayev 2012; 2013; Grinin, Markov, Korotayev 2013; 2014; 2015.

ускорял наступление каждой следующей «биосферной революции» (как правило, соответствовавшей новому технологическому прорыву). Все это особенно хорошо коррелирует с теоретическими разработками, предложенными уже достаточно давно в исследованиях Р. Таагеперы (Taagerera 1976; 1979), М. Кремера (Kremer 1993), А. В. Подлазова (2000; 2001; 2002; 2017) и С. В. Циреля (Tsirel 2004), которые показали, что глобальные темпы технологического роста должны быть пропорциональны численности населения мира, и которые именно этим обстоятельством объяснили наблюдавшийся до начала 1970-х гг. гиперболический рост численности мирового населения.

Например, М. Кремер отмечает, что «высокая численность населения стимулирует технологический рост, поскольку увеличивает число потенциальных изобретателей...¹³ При прочих равных вероятность изобретения чего-либо одним человеком не зависит от численности населения. Таким образом, среди большего населения будет пропорционально больше людей, достаточно удачливых и сообразительных, чтобы предложить новые идеи» (Kremer 1993: 685); таким образом, «темпы технологического роста пропорциональны общей численности населения» (*Ibid.*: 682).

Мы уже упоминали, что для человеческой части Большой истории «скачки сложности / биосферные революции», определенные Т. Модисом и А. Д. Пановым, довольно близко соответствуют основным технологическим прорывам в истории человечества (о последних подробнее см.: Гринин и др. 2019; Grinin *et al.* 2020a; 2020b); следовательно, для человеческой части Большой истории глобальная эволюционная скорость макроразвития, обнаруженная в их рядах, может вполне рассматриваться как показатель скорости глобального микротехнологического развития. Таким образом, уже теория, разработанная Р. Таагеперой, М. Кремером, А. В. Подлазовым и С. В. Цирелем, позволяет ожидать, что для человеческой части Большой истории мы должны найти довольно высокую корреляцию между размером населения мира и темпами глобального эволюционного макроразвития. Однако я уверен, что сами Таагепера, Кремер, Подлазов и Цирель были бы немного удивлены, увидев, что их теоретические ожидания находят такую сильную поддержку ($r = 0,997$, $p < 0,001$) для теста, использующего явно весьма несовершенную оценку темпов мирового технологического роста (см. Рис. 1):

¹³ М. Кремер отмечает, что это следствие естественным образом проистекает из того обстоятельства, что «затраты на изобретение новой технологии не зависят от числа людей, которые будут ее использовать. Таким образом, при неизменной доле ресурсов, выделяемых на исследования, рост населения приводит к ускорению технологического роста» (Kremer 1993: 681). Стоит обратить внимание: то, что описал М. Кремер, практически идентично тому, что Д. Кристиан называет «коллективным обучением» (*collective learning*) (Christian 2005: 146–148; 2014; 2015; Baker 2014; 2015a; 2015b).

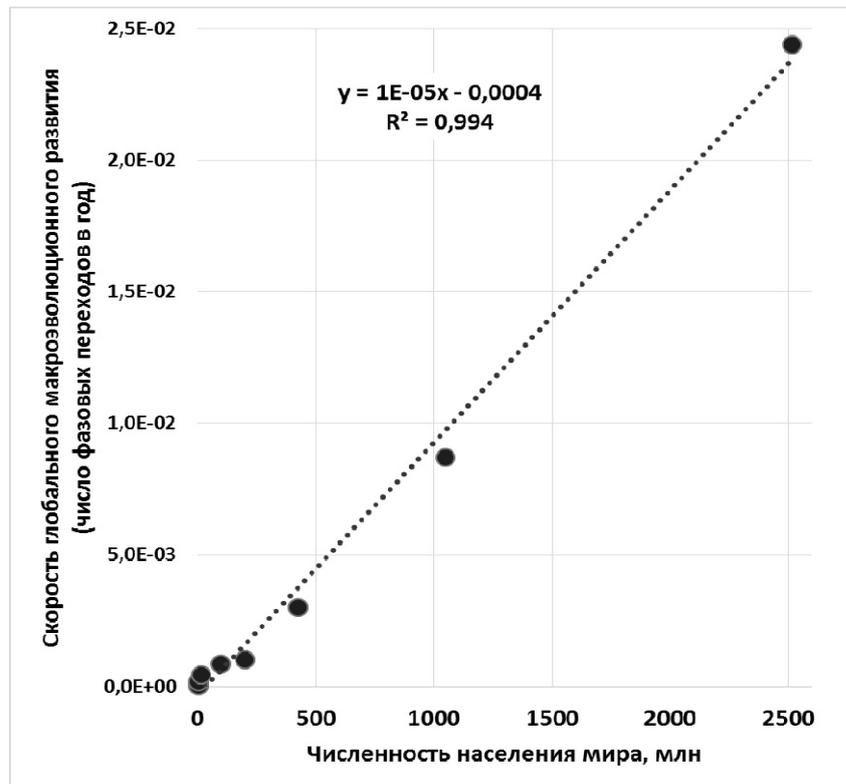


Рис. 1. Корреляция между численностью населения мира (в миллионах человек) и скоростью глобального макроэволюционного развития в ряду Панова, диаграмма рассеивания с наложенной линией регрессии, **натуральная шкала**

Источник данных по историческим оценкам численности населения мира: Kremer 1993: 683.

В двойной логарифмической шкале данная корреляция выглядит следующим образом (см. Рис. 2):

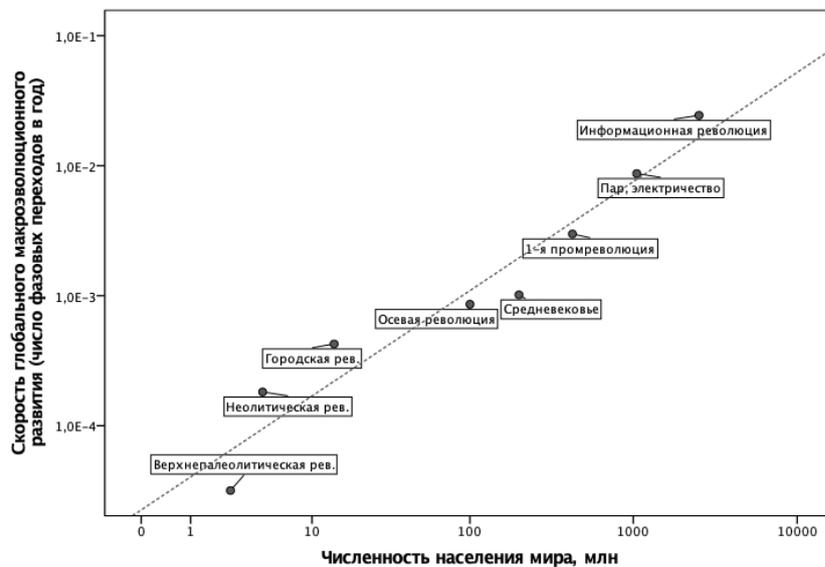


Рис. 2. Корреляция между численностью населения мира (в миллионах) и скоростью глобального макроэволюционного развития в ряду Панова, диаграмма рассеивания с наложенной линией регрессии, **двойная логарифмическая шкала**

Источник данных по историческим оценкам численности населения мира: Kremer 1993: 683.

Стоит особо отметить, что мы по-прежнему получаем довольно похожие результаты, когда используем оценки, полученные более непосредственно для измерения темпов глобального технологического роста. Л. Е. Гринин и др. (2019; 2020; Grinin *et al.* 2020a; 2020b) предпринята попытка конкретно оценить динамику темпов глобального технологического роста путем выявления основных фазовых переходов в специфически технологическом макроразвитии (см. также: Гринин 2006). Примечательно, что результирующий ряд оценок темпов роста глобальных макротехнологий с очень высокой точностью описывается уравнением типа (5), которое хорошо описывает как макродинамику населения мира, так и темп роста планетарной сложности (см.: Гринин и др. 2019; 2020; Grinin *et al.* 2020a; 2020b). В контексте сказанного выше неудивительно видеть, что этот ряд конкретных оценок темпов глобального технологического роста демонстрирует очень высокую корреляцию с численностью населения мира ($r = 0,992$, $p < 0,001$), особенно для периода с начала более надежных оценок как темпов роста мирового населения, так и глобального технологическо-

го роста и до начала систематического снижения темпов роста численности населения мира (см. рис. 3):

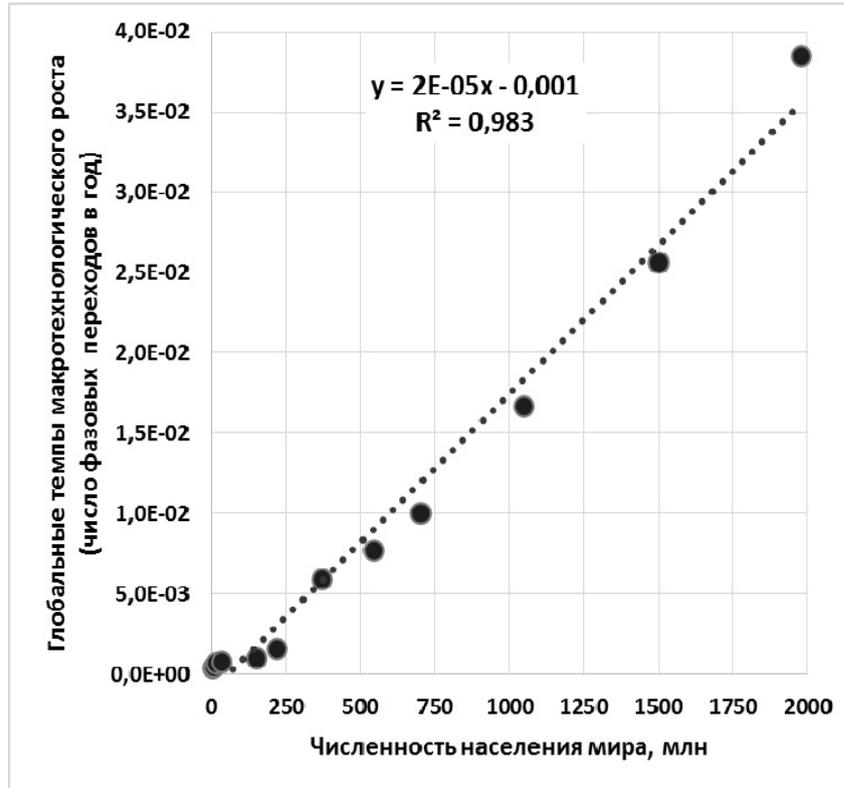


Рис. 3. Корреляция между численностью населения мира (в миллионах) и глобальными темпами макротехнологического роста в ряду Гринина, диаграмма рассеивания с наложенной линией регрессии, **натуральная шкала**

Источник данных по историческим оценкам численности населения мира: Kremer 1993: 683.

Источник данных по историческим оценкам глобальных темпов макротехнологического роста: Гринин 2006; Гринин Л. Е., Гринин А. Л. 2015; Гринин и др. 2020; Grinin *et al.* 2020a; 2020b.

В двойной логарифмической шкале данная корреляция выглядит следующим образом (см. Рис. 4):

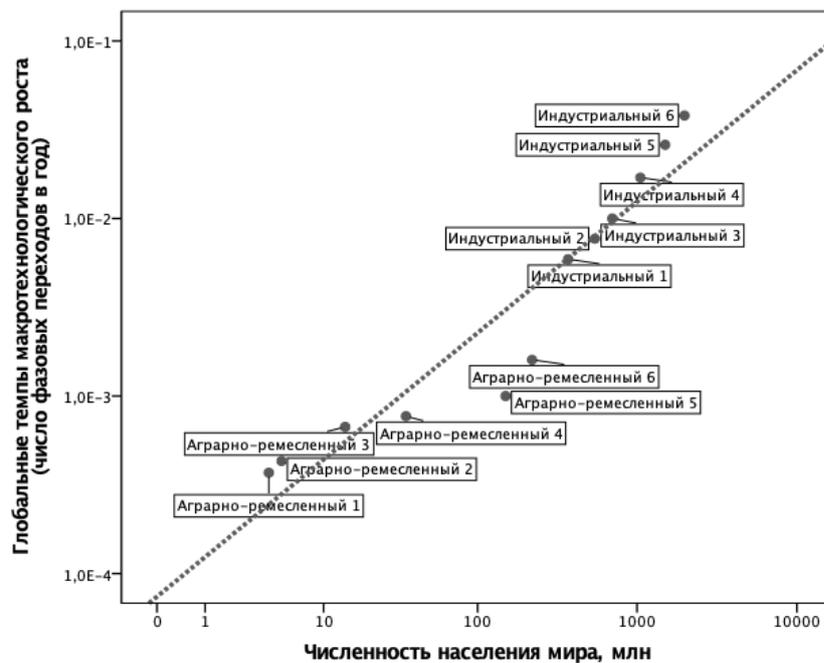


Рис. 4. Корреляция между численностью населения мира (в миллионах) и глобальными темпами макротехнологического роста в ряду Гринина, диаграмма рассеивания с наложенной линией регрессии, **двойная логарифмическая шкала**

Источник данных по историческим оценкам численности населения мира: Kremer 1993: 683.

Источник данных по историческим оценкам глобальных темпов макротехнологического роста: Гринин 2006; Гринин Л. Е., Гринин А. Л. 2015; Гринин и др. 2021; Grinin *et al.* 2020a; 2020b.

Особый интерес представляет то обстоятельство, что ряд Гринина (2019; Grinin *et al.* 2020a; 2020b) демонстрирует такие свойства, которые во многом аналогичны тем, которые были обнаружены Фоминым (2020; Fomin 2020) в отношении ряда Панова, – численность населения Земли между каждой парой фазовых переходов имела тенденцию увеличиваться примерно в одно и то же число раз (α), тогда как периоды между технологическими фазовыми переходами имели тенденцию уменьшаться в такое же число раз α . Заметим, однако, что Панов выделил первичные фазовые переходы, тогда как список Гринина включает некоторые вторичные фазовые переходы. Соответственно, за период после аграрной (неолитической)

революции Гринин выявляет почти вдвое больше фазовых переходов, чем Панов. В результате для ряда Панова значение α оказывается близким к числу Эйлера (e), тогда как для ряда Гринина оно оказывается ближе к квадратному корню из числа Эйлера (\sqrt{e}).

* * *

Итак, проведенные расчеты заставляют предполагать следующее: то обстоятельство, что **темпы** роста глобальной сложности в ряде Панова (dn/dt) и численность населения Земли (N) вплоть до начала 1970-х гг. росли по одному и тому же закону ($x_t = C/2027-t$), является отнюдь не случайностью, а проявлением достаточно глубокой закономерности. Таким образом, на социальной фазе универсальной и глобальной истории гиперболический рост темпов увеличения глобальной сложности, гиперболическое увеличение глобальных темпов технологического развития и гиперболический рост численности населения Земли оказываются теснейшим образом связанными сторонами единого процесса. Это, между прочим, заставляет ожидать, что глобальный демографический переход и прекращение гиперболического роста численности населения Земли будут сопровождаться радикальным изменением паттернов роста глобальной сложности и технологического развития, которые закономерным образом все более отходят от гиперболической к принципиально иной модели, которая еще ждет своего исследования.

Приложение

О некоторых закономерностях ускорения темпов глобального макроэволюционного развития. Дополнительные расчеты

Как было показано А. Д. Пановым¹⁴, для построенного им ряда «биосферных революций» наблюдается следующее соотношение:

$$t_n = t^* - \frac{T}{\alpha^n}, \quad (16)$$

«где $\alpha > 1$ – коэффициент ускорения исторического времени, показывающий, во сколько раз каждая последующая эпоха короче предыдущей, T задает длительность всего описываемого промежутка времени¹⁵, n – номер революции, а t^* – некоторый момент времени, который можно назвать моментом сингулярности» (Панов 2005: 128). Отметим, что, как мы показали выше, n также вполне можно интерпретировать как индекс глобальной сложности.

¹⁴ См., например: Панов 2004; 2005; 2008; Panov 2005.

¹⁵ Как уже упоминалось выше, T вполне можно рассматривать как время существования жизни на Земле и приравнять к 4 млрд (лет).

Для дальнейших расчетов А. Д. Панов (2005: 129) преобразует уравнение (16) следующим образом:

$$\lg(t^* - t_n) = \lg(T) - n \cdot \lg(\alpha). \quad (17)$$

Однако А. А. Фомин (2020) показывает, что для дальнейшего анализа модели Панова лучше использовать несколько другой вариант преобразования уравнения (16):

$$\ln(t^* - t_n) = \ln(T) - n \cdot \ln(\alpha). \quad (18)$$

Действительно, уравнение (29) может быть переписано следующим образом:

$$n \cdot \ln(\alpha) = \ln(T) - \ln(t^* - t_n), \quad (19)$$

$$n = \frac{\ln(T)}{\ln(\alpha)} - \frac{1}{\ln(\alpha)} \cdot \ln(t^* - t_n), \quad (20)$$

$$n_i = A - C_1 \cdot \ln(t^* - t), \quad (8)$$

где $A = \ln(T)/\ln(\alpha)$, а $C_1 = 1/\ln(\alpha)$.

В то же самое время, как мы помним, алгебраическое уравнение (8) является решением следующего дифференциального уравнения:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{t^* - t}. \quad (1)$$

Таким образом, мы получаем те самые уравнения (19/8) и (11/1), которые были получены нами ранее несколько иным путем.

Отметим, что по расчетам А. Д. Панова значение параметра α оказалось равным 2,67, что, как заметил сам Панов, является крайне близким численному значению числа e (2,718...), и нельзя исключать, что «коэффициент ускорения исторического времени» окажется действительно столь близким к числу e , что параметр α в выше проанализированных уравнениях можно заменить на e . В этом случае набор уравнений, описывающих гиперболическое ускорение темпов глобального макроэволюционного развития, оказывается особенно элегантно по своей простоте. Действительно, с учетом того, что в уравнении:

$$n_i = A - C_1 \cdot \ln(2027 - t) \quad (8)$$

$A = \ln(T)/\ln(\alpha)$, а $C_1 = 1/\ln(\alpha)$, подставляя e вместо α , получаем:

$$n_i = \ln(T) - \ln(2027 - t). \quad (21)$$

С учетом того, что в уравнении:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{C_1}{2027 - t} \quad (1)$$

$C_1 = 1/\ln(\alpha)$, подставляя e вместо α , получаем:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2027 - t}. \quad (22)$$

Кроме того, уравнение:

$$N = k \cdot \alpha^n \quad (9)$$

при подстановке e вместо α приобретает вид:

$$N = k \cdot e^n, \quad (23)$$

из чего вытекает, что:

$$n = \ln(N) - \ln(k). \quad (24)$$

В результате набор уравнений, описывающих гиперболическое ускорение темпов глобального макроэволюционного развития, оказывается действительно элегантным по своей простоте:

$$n_t = \ln(T) - \ln(2027 - t), \quad (21)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2027 - t}, \quad (22)$$

$$N = k \cdot e^n, \quad (23)$$

$$n = \ln(N) - \ln(k), \quad (24)$$

где, напомним, n обозначает индекс глобальной сложности, T – время существования жизни на Земле (~4 млрд лет), а N – численность населения Земли.

Однако, конечно, трудно не согласиться с А. Д. Пановым (2005: 130) в том, что «вопрос о том, есть ли в [том, что значение коэффициента α близко значению числа e], глубокий смысл, остается открытым»...

Библиография

- Гринин Л. Е. 2006.** *Производительные силы и исторический процесс*. 3-е изд. М.: КомКнига.
- Гринин Л. Е., Гринин А. Л. 2015.** *От рубил до нанороботов. Мир на пути к эпохе самоуправляемых систем (история технологий и описание их будущего)*. М.: Моск. ред. изд-ва «Учитель».
- Гринин Л. Е., Гринин А. Л., Коротаев А. В. 2019.** Долгосрочная динамика технологического роста (с 40 000 лет до н. вр. до раннего XXII в.), количественный анализ. *Длинные волны, современная экономика и перспективы грядущих трансформаций в XXI веке* / Ред. Л. Е. Гринин, с. 215–294. М.: Моск. ред. изд-ва «Учитель», 2019.
- Гринин Л. Е., Гринин А. Л., Коротаев А. В. 2020.** Эволюция динамики темпов технологического роста в историческом процессе и сингулярность. *Эволюция: Эволюционные грани сингулярности* / Отв. ред. Л. Е. Гринин, А. В. Коротаев, с. 177–244. Волгоград: Учитель.
- Капица С. П. 1996.** Феноменологическая теория роста населения Земли. *Успехи физических наук* 166(1): 63–80.

- Коротаев А. В. 2020.** Математический анализ сингулярности XXI века в контексте Большой истории. *Эволюция: Эволюционные грани сингулярности* / Отв. ред. Л. Е. Гринин, А. В. Коротаев, с. 19–79. Волгоград: Учитель.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2005а.** *Законы истории: Математическое моделирование исторических макропроцессов (Демография. Экономика. Войны)*. М.: КомКнига/URSS.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2005б.** Компактная математическая макро модель технико-экономического и демографического развития Мир-Системы (1–1973 гг.). *История и синергетика: Математическое моделирование социальной динамики* / Ред. С. Ю. Малков, А. В. Коротаев, с. 6–48. М.: УРСС/КомКнига.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2007.** *Законы истории: Математическое моделирование развития Мир-Системы. Демография, экономика, культура*. М.: КомКнига/URSS.
- Коротаев А. В., Малков А. С., Халтурина Д. А. 2008.** Компактная математическая модель экономического и демографического развития Мир-Системы (1–1973 гг.). *Экономика и математические методы* 44(4): 90–101.
- Панов А. Д. 2004.** Автомодельный аттрактор социально-биологической эволюции на Земле и гипотеза самосогласованного галактического происхождения жизни. *Бюллетень Научно-культурного центра SETI Академии космонавтики им. К. Э. Циолковского* 7(24): 4–21.
- Панов А. Д. 2005.** Сингулярная точка истории. *Общественные науки и современность* 1: 122–137.
- Панов А. Д. 2008.** *Универсальная эволюция и проблема поиска внеземного разума (SETI)*. М.: ЛКИ/URSS.
- Подлазов А. В. 2000.** *Теоретическая демография как основа математической истории*. М.: ИПМ РАН.
- Подлазов А. В. 2001.** *Основное уравнение теоретической демографии и модель глобального демографического перехода*. М.: ИПМ РАН.
- Подлазов А. В. 2002.** Теоретическая демография. Модели роста народонаселения и глобального демографического перехода. *Новое в синергетике. Взгляд в третье тысячелетие* / Ред. Г. Г. Малинецкий, С. П. Курдюмов, с. 324–345. М.: Наука.
- Подлазов А. В. 2017.** Теория глобального демографического процесса. *Вестник Российской академии наук* 6: 520–531.
- Фомин А. А. 2020.** Сквозная гиперболическая эволюция от биосферы до техносферы. *Эволюция: Эволюционные грани сингулярности* / Отв. ред. Л. Е. Гринин, А. В. Коротаев, с. 263–282. Волгоград: Учитель.
- Baker D. 2014.** Standing on the Shoulders of Giants: Collective Learning as a Key Concept in Big History. *Teaching and Researching Big History: Exploring a New Scholarly Field* / Ed. by L. Grinin, D. Baker, E. Quaedackers, A. V. Korotayev, pp. 41–64. Volgograd: Uchitel.

- Baker D. 2015a.** Collective Learning: a Potential Unifying Theme of Human History. *Journal of the World History* 26(1): 77–104. URL: <https://doi.org/10.1353/jwh.2016.0006>.
- Baker D. 2015b.** Standing on the Shoulders of Giants: Collective Learning as a Key Concept in Big History. *Globalistics & Globalization Studies* / Ed. by L. E. Grinin, I. V. Ilyin, A. V. Korotayev, pp. 301–318. Moscow; Volgograd: Moscow University; Uchitel.
- Christian D. 2005.** *Maps of Time: an Introduction to Big History*. Berkeley: University of California Press.
- Christian D. 2014.** Swimming Upstream: Universal Darwinism and Human History. *Teaching and Researching Big History: Exploring a New Scholarly Field* / Ed. by L. Grinin, D. Baker, E. Quaedackers, A. V. Korotayev, pp. 19–40. Volgograd: Uchitel.
- Christian D. 2015.** Swimming Upstream: Universal Darwinism and Human History. *Globalistics and Globalization Studies* / Ed. by L. E. Grinin, I. V. Ilyin, A. V. Korotayev, pp. 138–154. Moscow; Volgograd: Moscow University; Uchitel.
- Foerster H. von, Mora P. M., Amiot L. W. 1960.** Doomsday: Friday, 13 November, AD 2026. *Science* 132(3436): 1291–1295.
- Fomin A. 2020.** Hyperbolic Evolution from Biosphere to Technosphere. *The 21st Century Singularity and Global Futures. A Big History Perspective* / Ed. by A. V. Korotayev, D. LePoire, pp. 105–118. Springer: Cham. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33730-8_5.
- Grinin L., Grinin A., Korotayev A. 2020a.** A Quantitative Analysis of Worldwide Long-term Technology Growth: From 40,000 BCE to the Early 22nd Century. *Technological Forecasting and Social Change* 155(2020): 1–15. URL: <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2020.119955>.
- Grinin L., Grinin A., Korotayev A. V. 2020b.** Dynamics of Technological Growth Rate and the Forthcoming Singularity. *The 21st century Singularity and Global Futures. A Big History Perspective* / Ed. by A. V. Korotayev, D. LePoire, pp. 287–344. Springer: Cham. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33730-8_14.
- Grinin L., Markov A., Korotayev A. 2013.** On Similarities between Biological and Social Evolutionary Mechanisms: Mathematical Modeling. *Cliodynamics* 4(2): 185–228.
- Grinin L. E., Markov A. V., Korotayev A. V. 2014.** Mathematical Modeling of Biological and Social Evolutionary Macrotrends. *History & Mathematics: Trends and Cycles* / Ed. by L. E. Grinin, A. V. Korotayev, pp. 9–48. Volgograd: Uchitel.
- Grinin, L. E., Markov, A. V., Korotayev, A. V. 2015.** Modeling of Biological and Social Phases of Big History. *Evolution. From Big Bang to Nanorobots* / Ed. by A. V. Korotayev, pp. 111–150. Volgograd: Uchitel.
- Korotayev A. 2012.** Globalization and Mathematical Modeling of Global Development. *Globalistics and Globalization Studies* / Ed. by L. Grinin, I. Ilyin, A. Korotayev, pp. 148–158. Moscow; Volgograd: Moscow University; Uchitel.
- Korotayev A. 2013.** Globalization and Mathematical Modeling of Global Evolution. *Evolution: Development within Big History, Evolutionary and World-System Para-*

digms. Yearbook / Ed. by L. E. Grinin, A. V. Korotayev, pp. 69–83. Volgograd: Uchitel.

- Korotayev A., Malkov A., Khaltourina D. 2006a.** *Introduction to Social Macrodynamics: Compact Macromodels of the World System Growth*. Moscow: KomKniga/URSS.
- Korotayev A., Malkov A., Khaltourina D. 2006b.** *Introduction to Social Macrodynamics: Secular Cycles and Millennial Trends*. Moscow: KomKniga/URSS.
- Korotayev A., Malkov S. 2012.** Mathematical Models of the World-System Development. *Routledge Handbook of World-Systems Analysis* / Ed. by S. Babones, Ch. Chase-Dunn, pp. 158–161. London: Routledge.
- Kremer M. 1993.** Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990. *The Quarterly Journal of Economics* 108: 681–716.
- Kurzweil R. 2005.** *The Singularity Is Near: When Humans Transcend Biology*. New York: Viking Penguin.
- Modis T. 2002.** Forecasting the Growth of Complexity and Change. *Technological Forecasting and Social Change* 69(4): 377–404.
- Modis T. 2003.** The Limits of Complexity and Change. *The Futurist* 37(3): 26–32.
- Panov A. D. 2005.** Scaling Law of the Biological Evolution and the Hypothesis of the Self-consistent Galaxy Origin of Life. *Advances in Space Research* 36(2): 220–225.
- Panov A. 2020.** Singularity of Evolution and Post-singular Development in the Big History Perspective. *The 21st century Singularity and Global Futures. A Big History Perspective* / Ed. by A. V. Korotayev, D. LePoire, pp. 439–465. Springer: Cham. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-33730-8_20
- Taagepera R. 1976.** Crisis around 2005 AD? A Technology-population Interaction Model. *General Systems* 21: 137–138.
- Taagepera R. 1979.** People, Skills, and Resources: an Interaction Model for World Population Growth. *Technological Forecasting and Social Change* 13: 13–30. URL: [https://doi.org/10.1016/0040-1625\(79\)90003-9](https://doi.org/10.1016/0040-1625(79)90003-9).
- Tsirel S. V. 2004.** On the Possible Reasons for the Hyperexponential Growth of the Earth Population. *Mathematical Modeling of Social and Economic Dynamics* / Ed. by M. G. Dmitriev, A. P. Petrov, pp. 367–369. Moscow: Russian State Social University.
- Widdowson M. 2020.** The 21st Century Singularity: The Role of Perspective and Perception. *The 21st Century Singularity and Global Futures. A Big History Perspective* / Ed. by A. V. Korotayev, D. LePoire, pp. 404–427. Springer: Cham. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-33730-822>.